

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Горно-Алтайский государственный университет»
(ФГБОУ ВО ГАГУ, ГАГУ, Горно-Алтайский государственный университет)

Теория динамических систем
рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **кафедра математики, физики и информатики**

Учебный план 01.03.01_2024_634.plx
01.03.01 Математика
Прикладная математика и программирование

Квалификация **бакалавр**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **2 ЗЕТ**

Часов по учебному плану	72	Виды контроля в семестрах:
в том числе:		зачеты 8
аудиторные занятия	32	
самостоятельная работа	30,3	
часов на контроль	8,85	

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	8 (4.2)		Итого	
	8 1/6			
Неделя	уп	рп	уп	рп
Лекции	14	14	14	14
Практические	18	18	18	18
Консультации (для студента)	0,7	0,7	0,7	0,7
Контроль самостоятельной работы при проведении аттестации	0,15	0,15	0,15	0,15
Итого ауд.	32	32	32	32
Контактная работа	32,85	32,85	32,85	32,85
Сам. работа	30,3	30,3	30,3	30,3
Часы на контроль	8,85	8,85	8,85	8,85
Итого	72	72	72	72

Программу составил(и):

к.ф.м.н., доцент, Туртуева Т.А.; старший преподаватель, Ваулин Д.А.

Рабочая программа дисциплины

Теория динамических систем

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 8)

составлена на основании учебного плана:

01.03.01 Математика

утвержденного учёным советом вуза от 01.02.2024 протокол № 2.

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры

кафедра математики, физики и информатики

Протокол от 11.04.2024 протокол № 8

И. о. зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2025-2026 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от _____ 2025 г. № ____
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2026-2027 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от _____ 2026 г. № ____
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2027-2028 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от _____ 2027 г. № ____
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2028-2029 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от _____ 2028 г. № ____
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1	<i>Цели:</i> - изучение методов качественной теории дифференциальных уравнений и применения этих методов при решении широкого класса естественнонаучных задач; - развитие общей математической культуры, овладение навыками, необходимыми для решения прикладных задач и применение их в процессе решения различных задач.
1.2	<i>Задачи:</i> - развитие общей математической культуры; - подготовка студентов для научной и практической деятельности в области теории динамических систем; - совершенствование навыков математического и логического мышления.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ООП:	
2.1	Требования к предварительной подготовке обучающегося:
2.1.1	Дифференциальные уравнения
2.1.2	Математический анализ
2.2	Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:
2.2.1	Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ПК-3: Способен математически корректно ставить научные задачи, знает постановки классических исследовательских задач математики	
ИД-1.ПК-3: Владеет способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области	
Знает основные понятия и факты теории динамических систем Владеет способностью к определению общих форм и закономерностей в области теории динамических систем	
ИД-2.ПК-3: Умеет строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	
Знает основные понятия и факты теории динамических систем Умеет строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата Владеет основными методами теории динамических систем	
ИД-3.ПК-3: Умеет публично представлять собственные и известные научные результаты	
Знает основные понятия и факты теории динамических систем Умеет публично представлять известные научные результаты в области теории динамических систем Владеет навыками готовить доклад и выступать перед аудиторией	

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература	Инте ракт.	Примечание
	Раздел 1. Линейные и нелинейные динамических системы.						
1.1	Линейные и нелинейные динамических системы /Лек/	8	4	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1	0	
1.2	Линейные и нелинейные динамических системы /Пр/	8	6	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1	0	Тест
1.3	Подготовка к практическим занятиям. /Ср/	8	2	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1	0	

1.4	Выполнение домашнего задания. /Ср/	8	4	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1	0	
1.5	Решение индивидуальных заданий. /Ср/	8	4,1	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1	0	
Раздел 2. Дискретные и непрерывные динамические системы							
2.1	Дискретные и непрерывные динамические системы /Лек/	8	4	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1	0	
2.2	Дискретные и непрерывные динамические системы /Пр/	8	6	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1	0	Тест
2.3	Подготовка к практическим занятиям. /Ср/	8	2	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1	0	
2.4	Выполнение домашнего задания. /Ср/	8	4	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1	0	
2.5	Решение индивидуальных заданий. /Ср/	8	4,1	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1	0	
Раздел 3. Устойчивость и бифуркации							
3.1	Устойчивость и бифуркации /Лек/	8	6	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1	0	
3.2	Устойчивость и бифуркации /Пр/	8	6	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1	0	Тест
3.3	Подготовка к практическим занятиям. /Ср/	8	2	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1	0	
3.4	Выполнение домашнего задания. /Ср/	8	4	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1	0	
3.5	Решение индивидуальных заданий. /Ср/	8	4,1	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1	0	
Раздел 4. Консультации							
4.1	Консультация по дисциплине /Конс/	8	0,7	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3		0	
Раздел 5. Промежуточная аттестация (зачёт)							
5.1	Подготовка к зачёту /Зачёт/	8	8,85	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3		0	
5.2	Контактная работа /КСРАтт/	8	0,15	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3		0	

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Пояснительная записка

1. Назначение фонда оценочных средств. Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины.

2. Фонд оценочных средств включает контрольные материалы для проведения входного контроля, текущего контроля 1 и 2, индивидуальных заданий, а также примерный перечень вопросов для проведения промежуточной аттестации в форме зачета.

5.2. Оценочные средства для текущего контроля

В приложении приведены контрольные материалы для проведения входного контроля, текущего контроля 1 и 2, индивидуальных заданий, а также примерный перечень вопросов для проведения промежуточной аттестации в форме зачета.

5.3. Темы письменных работ (эссе, рефераты, курсовые работы и др.)

Не предусмотрены

5.4. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Вопросы для подготовки к зачету

1. Существование и единственность решения ДУ
2. Линейные ДС
3. Нелинейные ДС.
4. Дискретные ДС
5. Непрерывные ДС
6. Диссипативные ДС
7. Фазовый портрет ДС. Типы неподвижных точек
8. Модель численности кроликов. Модель радиоактивного распада
9. Модель Лоттки-Вольтерра
10. Модель Мальтуса народонаселения
11. Модель "хищник-жертва"
12. Логистическая модель Фейрхьюльста
13. Модель рыболовства. Отлов с квотой
14. Линеаризация динамической системы. Теорема о линеаризации
15. Принцип сжимающих отображений
16. Метод Ньютона нахождения корней нелинейного уравнения
17. Устойчивость решений по Ляпунову
18. Бифуркация фазового портрета
19. Математический маятник
20. Модель Ван-дер-Поля
21. Построение фазового портрета одномерной динамической системы.
22. Построение фазового портрета двумерной динамической системы.
23. Построение фазового портрета дискретной динамической системы. Неподвижные точки и характер их устойчивости

Критерии оценки:

«Зачтено», теоретическое содержание дисциплины освоено на достаточном уровне, без пробелов, освоены практические навыки работы с освоенным материалом, все предусмотренные рабочей программой дисциплины учебные задания выполнены, оценки за выполнения текущих контролей не ниже 60%.

«Незачтено»: теоретическое содержание дисциплины не освоено. Необходимые практические навыки работы не сформированы, все предусмотренные рабочей программой дисциплины учебные задания выполнены с грубыми ошибками

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**6.1. Рекомендуемая литература****6.1.1. Основная литература**

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л1.1	Юмагулов М.Г.	Обыкновенные дифференциальные уравнения: теория и приложения: учебное пособие	Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика; Институт компьютерных исследований, 2019	http://www.iprbookshop.ru/91969.html
Л1.2	Арнольд В.И.	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Ижевск: Институт компьютерных исследований; Регулярная и хаотическая динамика, 2019	http://www.iprbookshop.ru/92056.html

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л1.3	Понтягин Л.С.	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика; Институт компьютерных исследований, 2019	http://www.iprbookshop.ru/92055.html

6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л2.1	Борухов В.Т., Гайшун И.В., Тимошпольский В.И.	Структурные свойства динамических систем и обратные задачи математической физики: научное издание	Минск: Белорусская наука, 2009	http://www.iprbookshop.ru/12320.html

6.3.1 Перечень программного обеспечения

6.3.1.1	Kaspersky Endpoint Security для бизнеса СТАНДАРТНЫЙ			
6.3.1.2	MS Office			
6.3.1.3	MS WINDOWS			
6.3.1.4	Moodle			
6.3.1.5	NVDA			
6.3.1.6	Яндекс.Браузер			
6.3.1.7	MS Windows			
6.3.1.8	РЕД ОС			
6.3.1.9	LibreOffice			

6.3.2 Перечень информационных справочных систем

6.3.2.1	Межвузовская электронная библиотека			
6.3.2.2	Электронно-библиотечная система IPRbooks			
6.3.2.3	База данных «Электронная библиотека Горно-Алтайского государственного университета»			

7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

	проблемная лекция	
	дискуссия	

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Номер аудитории	Назначение	Основное оснащение
207 Б1	Лекционная аудитория. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Ученическая доска, проектор, экран, системный блок, посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся), рабочее место преподавателя
209 Б1	Компьютерный класс. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Помещение для самостоятельной работы	Рабочее место преподавателя. Посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся). Маркерная ученическая доска, экран, мультимедиапроектор, компьютеры с доступом в Интернет
211 Б1	Компьютерный класс. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Помещение для самостоятельной работы	Рабочее место преподавателя. Посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся), компьютеры с доступом к Интернет

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Методические указания по освоению дисциплин (модулей)

Лекции, с одной стороны – это одна из основных форм учебных занятий в высших учебных заведениях, представляющая собой систематическое, последовательное устное изложение преподавателем определенного раздела конкретной науки или учебной дисциплины, с другой – это особая форма самостоятельной работы с учебным материалом. Лекция не заменяет собой книгу, она только подталкивает к ней, раскрывая тему, проблему, выделяя главное, существенное, на что следует обратить внимание, указывает пути, которым нужно следовать, добиваясь глубокого понимания поставленной проблемы, а не общей картины.

Работа на лекции – это сложный процесс, который включает в себя такие элементы как слушание, осмысление и собственно конспектирование. Для того, чтобы лекция выполнила свое назначение, важно подготовиться к ней и ее записи еще до прихода преподавателя в аудиторию. Без этого дальнейшее восприятие лекции становится сложным. Лекция в университете рассчитана на подготовленную аудиторию. Преподаватель излагает любой вопрос, ориентируясь на те знания, которые должны быть у студентов, усвоивших материал всех предыдущих лекций. Важно научиться слушать преподавателя во время лекции, поддерживать непрерывное внимание к выступающему.

Однако, одного слушания недостаточно. Необходимо фиксировать, записывать тот поток информации, который сообщается во время лекции – научиться вести конспект лекции, где формулировались бы наиболее важные моменты, основные положения, излагаемые лектором. Для ведения конспекта лекции следует использовать тетрадь. Ведение конспекта на листочках не рекомендуется, поскольку они не так удобны в использовании и часто теряются. При оформлении конспекта лекции необходимо оставлять поля, где студент может записать свои собственные мысли, возникающие параллельно с мыслями, высказанными лектором, а также вопросы, которые могут возникнуть в процессе слушания, чтобы получить на них ответы при самостоятельной проработке материала лекции, при изучении рекомендованной литературы или непосредственно у преподавателя в конце лекции. Составляя конспект лекции, следует оставлять значительный интервал между строчками. Это связано с тем, что иногда возникает необходимость вписать в первоначальный текст лекции одну или несколько строчек, имеющих принципиальное значение и почерпнутых из других источников. Расстояние между строками необходимо также для подчеркивания слов или целых групп слов (такое подчеркивание вызывается необходимостью привлечь внимание к данному месту в тексте при повторном чтении). Обычно подчеркивают определения, выводы. Также важно полностью без всяких изменений вносить в тетрадь схемы, таблицы, чертежи и т.п., если они предполагаются в лекции. Для того, чтобы совместить механическую запись с почти дословным фиксированием наиболее важных положений, можно использовать системы условных сокращений. В первую очередь сокращаются длинные слова и те, что повторяются в речи лектора чаще всего. При этом само сокращение должно быть по возможности кратким.

Самостоятельная работа студентов по подготовке к практическому занятию должна начинаться с ознакомления с планом занятия, который включает в себя вопросы, выносимые на обсуждение, рекомендации по подготовке к практическому занятию, рекомендуемую литературу к теме. Изучение материала следует начать с просмотра конспектов лекций.

Восстановив в памяти материал, студент приводит в систему основные положения темы, вопросы темы, выделяя в ней главное и новое, на что обращалось внимание в лекции. Затем следует внимательно прочитать соответствующую главу учебника.

Для более углубленного изучения вопросов рекомендуется конспектирование основной и дополнительной литературы.

Читая рекомендованную литературу, не стоит пассивно принимать к сведению все написанное, следует анализировать текст, думать над ним, этому способствуют записи по ходу чтения, которые превращают чтение в процесс. Записи могут вестись в различной форме: развернутых и простых планов, выписок (тезисов), аннотаций и конспектов.

Практические работы являются основными видами учебных занятий, направленными на экспериментальное (практическое) подтверждение теоретических положений и формирование общепрофессиональных и профессиональных компетенций. Они составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки.

В процессе практической работы как вида учебного занятия студенты выполняют одно или несколько заданий под руководством преподавателя в соответствии с изучаемым содержанием учебного материала.

Формы организации студентов при проведении практических работ: фронтальная, групповая и индивидуальная. При фронтальной форме организации занятий все студенты выполняют одновременно одну и ту же работу. При групповой форме организации занятий одна и та же работа выполняется группами по 2 - 5 человек. При индивидуальной форме организации занятий каждый студент выполняет индивидуальное задание.

Текущий контроль учебных достижений по результатам выполнения лабораторных работ проводится в соответствии с системой оценивания (рейтинговой, накопительной и др.), а также формами и методами (как традиционными, так и инновационными, включая компьютерные технологии), указанными в рабочей программе дисциплины (модуля). Текущий контроль проводится в пределах учебного времени, отведенного рабочим учебным планом на освоение дисциплины, результаты заносятся в журнал учебных занятий.

Самостоятельная работа обучающихся – это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Объем самостоятельной работы определяется учебным планом основной профессиональной образовательной программы (ОПОП), рабочей программой дисциплины (модуля).

Самостоятельная работа организуется и проводится с целью формирования компетенций, понимаемых как способность применять знания, умения и личностные качества для успешной практической деятельности, в том числе:

- формирования умений по поиску и использованию нормативной, правовой, справочной и специальной литературы, а

также других источников информации;

- качественного освоения и систематизации полученных теоретических знаний, их углубления и расширения по применению на уровне межпредметных связей;
- формирования умения применять полученные знания на практике (в профессиональной деятельности) и закрепления практических умений обучающихся;
- развития познавательных способностей, формирования самостоятельности мышления обучающихся;
- совершенствования речевых способностей обучающихся;
- формирования необходимого уровня мотивации обучающихся к систематической работе для получения знаний, умений и владений в период учебного семестра, активности обучающихся, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования способностей к саморазвитию (самопознанию, самоопределению, самообразованию, самосовершенствованию, самореализации и саморегуляции);
- развития научно-исследовательских навыков;
- развития навыков межличностных отношений.

К самостоятельной работе по дисциплине (модулю) относятся: проработка теоретического материала дисциплины (модуля); подготовка к семинарским и практическим занятиям, в т.ч. подготовка к текущему контролю успеваемости обучающихся (текущая аттестация); подготовка к практическим работам; подготовка к промежуточной аттестации (зачётам, экзаменам).

Виды, формы и объемы самостоятельной работы обучающихся при изучении дисциплины (модуля) определяются:

- содержанием компетенций, формируемых дисциплиной (модулем);
- спецификой дисциплины (модуля), применяемыми образовательными технологиями;
- трудоемкостью СР, предусмотренной учебным планом;
- уровнем высшего образования (бакалавриат, специалитет, магистратура, аспирантура), на котором реализуется ОПОП;
- степенью подготовленности обучающихся.

Тест входного контроля

1. В какой форме записано уравнение $y'+y = x\sqrt{y}$?
А) в явной
Б) в дифференциальной
В) в неявной
2. Задача Коши – это
А) нахождение частного решения, удовлетворяющего заданному начальному условию
Б) нахождение частного решения, удовлетворяющего начальному условию $y(x)=0$
В) нахождение общего решения
3. Семейство интегральных кривых дифференциального уравнения представляет собой ...
А) Общее решение $y=y(x, C)$ этого дифференциального уравнения
Б) Частное решение этого дифференциального уравнения при $C=0$
В) семейство функций, удовлетворяющих условию $y'(x)=0$
4. Определите тип уравнения: $y' = \frac{y^2 \ln x}{(y-1)x}$
А) Уравнение с разделяющимися переменными
Б) уравнение с разделенными переменными
В) уравнение в полных дифференциалах
5. Однородное дифференциальное уравнение приводится к уравнению с разделяющимися переменными при помощи подстановки
А) $y/x=t(x)$
Б) $y*x=t(x)$
В) $y+x=t(x)$
6. Какой тип дифференциальных уравнений позволяет решить метод Бернулли?
А) однородные
Б) линейные
В) уравнение в полных дифференциалах
7. Решите уравнение: $(3x^2 + 3y + 3)dx + (x^3 + 2x + 3y^2)dy = 0$
А) $x^3y + y^3 + 2xy + 3x = C$
Б) $x^2y + y^3 + 2xy + 3x = C$
В) $x^3y + y^3 + 2xy = C$
8. Составьте характеристическое уравнение для дифференциального уравнения $y''+4y'+5y = e^{-2x} \sin x$ и найдите корни.
А) $k_1=2, k_2=-2$
Б) $k_1=-2+i, k_2=-2-i$
В) $k_1=2+i, k_2=2-i$
9. Уравнение $P(x,y)dx+Q(x,y)dy=0$ является уравнением в полных дифференциалах, если для частных производных функций P и Q выполняется условие
А) $F_y = -Q_x$
Б) $F_y = Q_x$
В) $F_x = -Q_x$

10. Как записывается общее решение линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами в том случае, когда дискриминант характеристического уравнения строго положителен?

A) $y = (C_1 + C_2)e^{k_1x+k_2x}$

Б) $y = (C_1 + C_2x)e^{kx}$

В) $y = C_1e^{k_1x} + C_2e^{k_2x}$

Тест для текущего контроля 1

1. Непрерывные динамические системы - это ...

- a. каскады
- b. системы, для которых характерен неизменный во времени запас энергии
- c. системы с непрерывным временем, потоки

2. Автономные динамические системы не подвержены действию внешних сил, переменных во времени

Верно

Неверно

3. Системы, в которых энергия уменьшается из-за трения или рассеяния, называются ...

- a. системами с отрицательной диссипацией
- b. диссипативными
- c. консервативными

4. Фазовое пространство динамической системы представляет собой ...

- a. множество всех состояний системы в начальный момент времени $t=0$
- b. множество всех состояний системы в фиксированный момент времени
- c. замкнутые траектории движения частиц потока

5. Уравнение $x' = \cos x$ является линейным

Верно

Неверно

6. Аттракторы динамической системы -- это ...

- a. неустойчивые неподвижные точки системы
- b. любые неподвижные точки системы
- c. устойчивые неподвижные точки системы

7. Репеллер - это ...

- a. все неподвижные точки системы
- b. устойчивые неподвижные точки системы
- c. неустойчивые неподвижные точки системы

8. Шунты в фазовом портрете - это ...

- a. полустойчивые неподвижные точки, в которых поток входит и выходит
- b. неустойчивые неподвижные точки
- c. устойчивые неподвижные точки

9. Модель Вольтерра-Лотки - это модель изменения численности видов "хищник-жертва"

Верно

Неверно

10. Уравнением $x(t)=x(0)\exp(kt)$ описывается как модель популяции кроликов, так и радиоактивный распад

Верно

Неверно

Тест для текущего контроля 2

1. Устойчивый фокус является аттрактором

a. неверно

b. верно

2. Шунты в фазовом портрете - это ...

a. полуустойчивые неподвижные точки, в которых поток входит и выходит

b. устойчивые неподвижные точки

c. неустойчивые неподвижные точки

3. При построении фазового портрета однородной линейной динамической системы находим вертикальную изоклину из уравнения $ax+by=0$

Верно

Неверно

4. Если x - положение равновесия дискретной динамической системы, F - дважды непрерывно дифференцируемая функция и $F'(x)=0$, $F''(x)$ не равен нулю, то x - это ...

a. репеллер

b. аттрактор

5. Если для линейной однородной системы определитель $\det A=0$, то ...

a. система не имеет положений равновесия

b. система имеет единственное положение равновесия

c. система имеет бесконечно много положений равновесия

6. Непрерывные динамические системы - это ...

a. каскады

b. системы с непрерывным временем, потоки

c. системы, для которых характерен неизменный во времени запас энергии

7. Динамическая система, поведение которой описывается последовательностью состояний, называется ...

a. консервативной

b. дискретной

c. диссипативной

8. Фазовое пространство динамической системы представляет собой ...

a. множество всех состояний системы в фиксированный момент времени

b. замкнутые траектории движения частиц потока

c. множество всех состояний системы в начальный момент времени $t=0$

9. В фазовом портрете одномерной динамической системы $x'=f(x)$ множества, удовлетворяющие условию $x'>0$, соответствуют направлению прохождения траектории фазовой точки ...

- a. вправо
- b. влево

10. Если линейная однородная система удовлетворяет условиям $\det A=0, \lambda_1=\lambda_2=0$, то геометрическое место точек покоя - это ...

- a. прямая
- b. одна точка
- c. вся фазовая плоскость

Индивидуальные задания по теории динамических систем

Вариант 1.

Задание 1. Пусть дана одномерная динамическая система: $x' = x^2 - 4x - 12$.

- 1) Изобразите фазовый портрет этой системы
- 2) Укажите направление прохождения траектории фазовой точки.
- 3) Определите устойчивые (аттракторы) и неустойчивые (репеллеры) неподвижные точки.
- 4) В каких точках скорость движения потока наибольшая, в каких наименьшая?

Задание 2. Приведите пример уравнения, фазовый портрет которого соответствует следующим условиям: точка 0 – устойчивая неподвижная точка, точка 1 – неустойчивая неподвижная точка.

Задание 3. Изобразить фазовый портрет динамической системы, заданной системой

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 3y \\ \frac{dy}{dt} = 2x - 2y \end{cases}$$

Задание 4. Исследуйте дискретную динамическую систему $x_{k+1} = f(x_k), k = 0, 1, 2, \dots$, найдите неподвижные точки ДДС, определите характер их устойчивости, если $f(x) = x^2 - 1$.

Вариант 2.

Задание 1. Пусть дана одномерная динамическая система: $x' = (x - 1)^3$.

- 1) Изобразите фазовый портрет этой системы
- 2) Укажите направление прохождения траектории фазовой точки.
- 3) Определите устойчивые (аттракторы) и неустойчивые (репеллеры) неподвижные точки.
- 4) В каких точках скорость движения потока наибольшая, в каких наименьшая?

Задание 2. Приведите пример уравнения, фазовый портрет которого соответствует следующим условиям: точка -1 – устойчивая неподвижная точка, точка 1 – неустойчивая неподвижная точка.

Задание 3. Изобразить фазовый портрет динамической системы, заданной системой

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + y \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y \end{cases}$$

Задание 4. Исследуйте дискретную динамическую систему $x_{k+1} = f(x_k), k = 0, 1, 2, \dots$, найдите неподвижные точки ДДС, определите характер их устойчивости, если $f(x) = -x^2 + 4x$.

Вариант 3.

Задание 1. Пусть дана одномерная динамическая система: $x' = \cos x - \sin 2x$.

- 1) Изобразите фазовый портрет этой системы
- 2) Укажите направление прохождения траектории фазовой точки.
- 3) Определите устойчивые (аттракторы) и неустойчивые (репеллеры) неподвижные точки.
- 4) В каких точках скорость движения потока наибольшая, в каких наименьшая?

Задание 2. Приведите пример уравнения, фазовый портрет которого соответствует следующим условиям: точки $-1, 1$ – устойчивые неподвижные точки.

Задание 3. Изобразить фазовый портрет динамической системы, заданной системой

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + y \\ \frac{dy}{dt} = -x + 3y \end{cases}$$

Задание 4. Исследуйте дискретную динамическую систему $x_{k+1} = f(x_k), k = 0, 1, 2, \dots$, найдите неподвижные точки ДДС, определите характер их устойчивости, если $f(x) = 1 - x^2$.

Вариант 4.

Задание 1. Пусть дана одномерная динамическая система: $x' = \sin 2x$.

- 1) Изобразите фазовый портрет этой системы
- 2) Укажите направление прохождения траектории фазовой точки.
- 3) Определите устойчивые (аттракторы) и неустойчивые (репеллеры) неподвижные точки.
- 4) В каких точках скорость движения потока наибольшая, в каких наименьшая?

Задание 2. Приведите пример уравнения, фазовый портрет которого соответствует следующим условиям: точки $0, 1$ – неустойчивые неподвижные точки.

Задание 3. Изобразить фазовый портрет динамической системы, заданной системой

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + y \\ \frac{dy}{dt} = -x + 3y \end{cases}$$

Задание 4. Исследуйте дискретную динамическую систему $x_{k+1} = f(x_k), k = 0, 1, 2, \dots$, найдите неподвижные точки ДДС, определите характер их устойчивости, если $f(x) = -x^2 + 2x$.

Вариант 5.

Задание 1. Пусть дана одномерная динамическая система: $x' = x - x^3$.

- 1) Изобразите фазовый портрет этой системы
- 2) Укажите направление прохождения траектории фазовой точки.
- 3) Определите устойчивые (аттракторы) и неустойчивые (репеллеры) неподвижные точки.
- 4) В каких точках скорость движения потока наибольшая, в каких наименьшая?

Задание 2. Приведите пример уравнения, фазовый портрет которого соответствует следующим условиям:
точки $-2, 1$ – неустойчивые неподвижные точки.

Задание 3. Изобразить фазовый портрет динамической системы, заданной системой

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y \\ \frac{dy}{dt} = -4x + 5y \end{cases}$$

Задание 4. Исследуйте дискретную динамическую систему $x_{k+1} = f(x_k), k = 0, 1, 2, \dots$, найдите неподвижные точки ДДС, определите характер их устойчивости, если $f(x) = x^2 + 4x$.

Вариант 6.

Задание 1. Пусть дана одномерная динамическая система: $x' = x \sin x$.

- 1) Изобразите фазовый портрет этой системы
- 2) Укажите направление прохождения траектории фазовой точки.
- 3) Определите устойчивые (аттракторы) и неустойчивые (репеллеры) неподвижные точки.
- 4) В каких точках скорость движения потока наибольшая, в каких наименьшая?

Задание 2. Приведите пример уравнения, фазовый портрет которого соответствует следующим условиям:
точка 2 – неустойчивая неподвижная точка, 0 – устойчивая неподвижная точка.

Задание 3. Изобразить фазовый портрет двумерной динамической системы, заданной системой

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x + y \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y \end{cases}$$

Задание 4. Исследуйте дискретную динамическую систему $x_{k+1} = f(x_k), k = 0, 1, 2, \dots$, найдите неподвижные точки ДДС, определите характер их устойчивости, если $f(x) = x^2 - 2x$.

Критерии оценки индивидуальных заданий

«Зачтено» – выполнение верно более 60% заданий.

«Не зачтено» – выполнение 60% и менее заданий верно.

Вопросы для подготовки к зачету

1. Существование и единственность решения ДУ
2. Линейные ДС
3. Нелинейные ДС.
4. Дискретные ДС
5. Непрерывные ДС
6. Диссипативные ДС
7. Фазовый портрет ДС. Типы неподвижных точек
8. Модель численности кроликов. Модель радиоактивного распада
9. Модель Лоттки-Вольтерра
10. Модель Мальтуса народонаселения
11. Модель "хищник-жертва"
12. Логистическая модель Фейрхьюльста
13. Модель рыболовства. Отлов с квотой

14. Линеаризация динамической системы. Теорема о линеаризации
15. Принцип сжимающих отображений
16. Метод Ньютона нахождения корней нелинейного уравнения
17. Устойчивость решений по Ляпунову
18. Бифуркация фазового портрета
19. Математический маятник
20. Модель Ван-дер-Поля
21. Построение фазового портрета одномерной динамической системы.
22. Построение фазового портрета двумерной динамической системы.
23. Построение фазового портрета дискретной динамической системы. Неподвижные точки и характер их устойчивости

Критерии оценки зачета:

«Зачтено», теоретическое содержание дисциплины освоено на достаточном уровне, без пробелов, освоены практические навыки работы с освоенным материалом, все предусмотренные рабочей программой дисциплины учебные задания выполнены, оценки за выполнения текущих контролей не ниже 60%.

«Незачтено»: теоретическое содержание дисциплины не освоено. Необходимые практические навыки работы не сформированы, все предусмотренные рабочей программой дисциплины учебные задания выполнены с грубыми ошибками