МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Горно-Алтайский государственный университет»
(ФГБОУ ВО ГАГУ, ГАГУ, Горно-Алтайский государственный университет)

Математический анализ

рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **кафедра математики, физики и информатики**

Учебный план 01.03.01_2024_634.plx
01.03.01 Математика
Прикладная математика и программирование

Квалификация **бакалавр**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **24 ЗЕТ**

Часов по учебному плану 864
в том числе:
аудиторные занятия 392
самостоятельная работа 282,2
часов на контроль 139

Виды контроля в семестрах:
экзамены 1, 2, 4, 3
курсовые работы 3

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	**1 (1.1)**		**2 (1.2)**		**3 (2.1)**		**4 (2.2)**		Итого	
Недель	16 2/6		18 3/6		17		16 2/6			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП	УП	РП	УП	РП	УП	РП
Лекции	64	64	64	64	44	44	24	24	196	196
Практические	64	64	64	64	44	44	24	24	196	196
Контроль самостоятельной работы (для студента)					4	4			4	4
Консультации (для студента)	3,2	3,2	3,2	3,2	2,2	2,2	1,2	1,2	9,8	9,8
Контроль самостоятельной работы при проведении аттестации	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	1	1
Консультации перед экзаменом	1	1	1	1	1	1	1	1	4	4
Итого ауд.	128	128	128	128	88	88	48	48	392	392
Контактная работа	132,45	132,45	132,45	132,45	95,45	95,45	50,45	50,45	410,8	410
Сам. работа	48,8	48,8	120,8	120,8	53,8	53,8	58,8	58,8	282,2	282
Часы на контроль	34,75	34,75	34,75	34,75	34,75	34,75	34,75	34,75	139	139
Курсовое проектирование (для студента)					32	32			32	32
Итого	216	216	288	288	216	216	144	144	864	864

Программу составил(и):

к.ф.-м.н., доцент, Давыдкин И.Б.;ст.преп., Ваулин Д.А.

Рабочая программа дисциплины

Математический анализ

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 8)

составлена на основании учебного плана:

01.03.01 Математика

утвержденного учёным советом вуза от 01.02.2024 протокол № 2.

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры

кафедра математики, физики и информатики

Протокол от 11.04.2024 протокол № 8

Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2025-2026 учебном году на заседании кафедры
кафедра математики, физики и информатики

Протокол от __ __________ 2025 г. № __
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2026-2027 учебном году на заседании кафедры
кафедра математики, физики и информатики

Протокол от __ __________ 2026 г. № __
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2027-2028 учебном году на заседании кафедры
кафедра математики, физики и информатики

Протокол от __ __________ 2027 г. № __
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2028-2029 учебном году на заседании кафедры
кафедра математики, физики и информатики

Протокол от __ __________ 2028 г. № __
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
1.1	*Цели:* - научное обоснование понятий, ранее изученных в школьном курсе; изучение и научное обоснование новых понятий и применение их в процессе решения различных задач.
1.2	*Задачи:* - развитие общей математической культуры; - создание математической базы для дальнейшего обучения математике; - совершенствование навыков математического и логического мышления.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП	
Цикл (раздел) ООП:	
2.1	**Требования к предварительной подготовке обучающегося:**
2.1.1	Для освоения дисциплины «Математический анализ» обучающиеся используют знания, умения, навыки, способы деятельности и установки, сформированные в ходе изучения предметов «Алгебра и начала анализа» и «Геометрия» на предыдущем уровне образования (в школьном курсе).
2.1.2	Дифференциальные уравнения
2.1.3	Комплексный анализ
2.1.4	Теория вероятностей
2.2	**Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:**

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
ИД-1.УК-1: Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение.
Знает, как проанализировать текст задачи, выделить данные и осуществить декомпозицию задачи.
ИД-2.УК-1: Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.
Умеет найти и проанализировать информацию, сопоставив найденный материал с текстом задачи.
ИД-3.УК-1: Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений.
Владеет методами решения задачи, может решить задачу наиболее подходящим методом.
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности
ИД-1.ОПК-1: Знает основные понятия, определения, свойства математических объектов, формулировки и методы доказательств математических утверждений
Знает основные понятия, определения, свойства математических объектов, формулировки и методы доказательств теорем математического анализа
ИД-2.ОПК-1: Умеет доказывать утверждения, решать задачи в области математических наук
Умеет доказывать утверждения, решать задачи в области математического анализа

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетен-ции	Литература	Инте ракт.	Примечание
	Раздел 1. Элементарная математика						

1.1	Элементарная математика /Лек/	1	4	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
1.2	Решение уравнений и неравенств, содержащих знак модуля. /Пр/	1	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
1.3	Решение уравнений и неравенств. Текстовые задачи. /Пр/	1	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
1.4	Основные элементарные функции. Построение графиков путем преобразований. /Пр/	1	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
1.5	Элементарная математика /Ср/	1	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
	Раздел 2. Теория множеств						
2.1	Теория множеств /Лек/	1	7	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
2.2	Теория множеств /Пр/	1	8	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
2.3	Теория множеств /Ср/	1	6,4	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
	Раздел 3. Действительные числа						
3.1	Действительные числа /Лек/	1	6	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
3.2	Действительные числа /Пр/	1	14	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	

3.3	Действительные числа /Ср/	1	8	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
	Раздел 4. Теория пределов						
4.1	Теория пределов /Лек/	1	19	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
4.2	Теория пределов /Пр/	1	20	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
4.3	Теория пределов /Ср/	1	8	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
	Раздел 5. Непрерывные функции						
5.1	Непрерывные функции /Лек/	1	6	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
5.2	Непрерывные функции /Пр/	1	4	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
5.3	Непрерывные функции /Ср/	1	8	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
	Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций одной переменной						
6.1	Дифференциальное исчисление функций одной переменной /Лек/	1	22	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
6.2	Дифференциальное исчисление функций одной переменной /Пр/	1	12	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
6.3	Дифференциальное исчисление функций одной переменной /Ср/	1	16,4	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	

	Раздел 7. Промежуточная аттестация (экзамен)						
7.1	Подготовка к экзамену /Экзамен/	1	34,75	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	
7.2	Контроль СР /КСРАтт/	1	0,25	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	
7.3	Контактная работа /КонсЭк/	1	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	
	Раздел 8. Консультации						
8.1	Консультация по дисциплине /Конс/	1	3,2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	
	Раздел 9. Неопределенный интеграл						
9.1	Неопределенный интеграл /Лек/	2	20	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
9.2	Неопределенный интеграл /Пр/	2	20	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
9.3	Неопределенный интеграл /Ср/	2	32	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
	Раздел 10. Определенный интеграл						
10.1	Определенный интеграл /Лек/	2	28	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
10.2	Определенный интеграл /Пр/	2	28	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
10.3	Определенный интеграл /Ср/	2	40	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	

	Раздел 11. Ряды						
11.1	Ряды /Лек/	2	16	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
11.2	Ряды /Пр/	2	16	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
11.3	Ряды /Ср/	2	48,8	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
	Раздел 12. Консультации						
12.1	Консультация по дисциплине /Конс/	2	3,2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	
	Раздел 13. Промежуточная аттестация (экзамен)						
13.1	Подготовка к экзамену /Экзамен/	2	34,75	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	
13.2	Контроль СР /КСРАтт/	2	0,25	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	
13.3	Контактная работа /КонсЭк/	2	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	
	Раздел 14. Метрические и топологические пространства						
14.1	Метрические и топологические пространства /Лек/	3	12	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
14.2	Метрические и топологические пространства /Пр/	3	10	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	

14.3	Метрические и топологические пространства /Ср/	3	18	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
	Раздел 15. Функции нескольких переменных						
15.1	Функции нескольких переменных /Лек/	3	18	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
15.2	Функции нескольких переменных /Пр/	3	26	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
15.3	Функции нескольких переменных /Ср/	3	18	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
	Раздел 16. Ряды Фурье						
16.1	Ряды Фурье /Лек/	3	14	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
16.2	Ряды Фурье /Пр/	3	8	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
16.3	Ряды Фурье /Ср/	3	17,8	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
	Раздел 17. Консультации						
17.1	Консультация по дисциплине /Конс/	3	2,2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	
	Раздел 18. Выполнение и защита курсовой работы						
18.1	Выполнение курсовой работы /КРП/	3	32	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	

18.2	Консультирование и защита курсовой работы /КСРС/	3	4	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	
	Раздел 19. Промежуточная аттестация (экзамен)						
19.1	Подготовка к экзамену /Экзамен/	3	34,75	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	
19.2	Контроль СР /КСРАтт/	3	0,25	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	
19.3	Контактная работа /КонсЭк/	3	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	
	Раздел 20. Кратные интегралы. Двойной интеграл						
20.1	Кратные интегралы. Двойной интеграл /Лек/	4	6	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
20.2	Кратные интегралы. Двойной интеграл /Пр/	4	6	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
20.3	Кратные интегралы. Двойной интеграл /Ср/	4	12	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
	Раздел 21. Тройной интеграл						
21.1	Тройной интеграл /Лек/	4	4	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
21.2	Тройной интеграл /Пр/	4	4	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
21.3	Тройной интеграл /Ср/	4	12	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	

	Раздел 22. Криволинейный интеграл						
22.1	Криволинейный интеграл /Лек/	4	4	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
22.2	Криволинейный интеграл /Пр/	4	6	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
22.3	Криволинейный интеграл /Ср/	4	12	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
	Раздел 23. Поверхностные интегралы						
23.1	Поверхностные интегралы /Лек/	4	6	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
23.2	Поверхностные интегралы /Пр/	4	4	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
23.3	Поверхностные интегралы /Ср/	4	12	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
	Раздел 24. Элементы теории поля						
24.1	Элементы теории поля /Лек/	4	4	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
24.2	Элементы теории поля /Пр/	4	4	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
24.3	Элементы теории поля /Ср/	4	10,8	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5 Л1.6 Л1.7Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5	0	
	Раздел 25. Консультации						
25.1	Консультация по дисциплине /Конс/	4	1,2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	

	Раздел 26. Промежуточная аттестация (экзамен)						
26.1	Подготовка к экзамену /Экзамен/	4	34,75	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	
26.2	Контроль СР /КСРАтт/	4	0,25	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	
26.3	Контактная работа /КонсЭк/	4	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Пояснительная записка

1. Назначение фонда оценочных средств. Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу дисциплины Математический анализ.
2. Фонд оценочных средств включает контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме вопросов к экзамену, тестов, коллоквиумов, индивидуальных заданий и контрольных работ.

5.2. Оценочные средства для текущего контроля

Оценочные средства для текущего контроля приведены в Приложении №1.

5.3. Темы письменных работ (эссе, рефераты, курсовые работы и др.)

Примерная тематика курсовых работ приведена в Приложении №1

5.4. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Перечень вопросов к экзамену 1 семестр

1) Множества и операции над ними. Предельные точки, точки прикосновения, внутренние и изолированные точки.
2) Понятие функций, способы задания функций, классификация функций.
3) Свойства счетных и несчетных множеств. Теорема о счетности множества Q.
4) Несчетность отрезка [0;1]
5) Лемма о вложенных отрезках (принцип Коши-Кантора).
6) Модуль действительного числа, свойства модуля.
7) Ограниченные и неограниченные множества. Верхняя и нижняя грани множества, их свойства. Принцип Архимеда.
8) Предел последовательности. Геометрический смысл. Общие свойства. Арифметические операции над пределами.
9) Критерий Коши сходимости последовательности.
10) Теорема об единственности предела последовательности..
11) Переход к пределу в неравенствах.
12) Ограниченные последовательности. Теорема Вейерштрасса для монотонной последовательности.
13) Теорема Больцано-Вейерштрасса для ограниченной последовательности.
14) Бесконечно-малые и бесконечно-большие последовательности, связь между ними. Особо важная теорема.
15) Свойства бесконечно больших и бесконечно малых последовательностей.
16) Число е как предел последовательности.
17) Определение предела функции в точке по Гейне и по Коши, их равносильность.
18) Различные определения непрерывности функции в точке, их равносильность. Непрерывность суммы, произведения и частного непрерывных функций. Непрерывность основных элементарных функций.
19) Односторонняя непрерывность. Односторонние пределы. Необходимые и достаточные условия непрерывности функции в точке. Классификация точек разрыва.
20) Свойства функций, непрерывных на отрезке. Первая теорема Больцано-Коши.
21) Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теоремы Вейерштрасса.
22) Обратная функция. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции.
23) Теорема Кантора о равномерной непрерывности.
24) Бесконечно-малые функции, теоремы о бесконечно малых функциях

25) Сравнение бесконечно малых функций. Символы "о малое" и "О большое". Эквивалентные бесконечно малые. Теорема о замене сомножителей эквивалентными. Таблица эквивалентных бесконечно малых функций
26) Первый замечательный предел.
27) Второй замечательный предел.
28) Производная, ее геометрический и механический смысл. Таблица производных.
29) Правила дифференцирования. Дифференцируемость суммы, произведения и частного дифференцируемых функций.
30) Определение дифференцируемой функции. Теорема о связи между дифференцируемостью и непрерывностью.
31) Производная сложной и обратной функций.
32) Производная функции, степенью которой является функция.
33) Дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференциал в приближенных вычислениях.
34) Дифференцирование функций, заданных параметрически и неявно.
35) Производные высших порядков, формула Лейбница. Дифференциалы высших порядков.
36) Теорема Ферма.
37) Теорема Ролля.
38) Теорема Лагранжа.
39) Теорема Коши.
40) Правила Лопиталя.
41) Формула Тейлора. Остаточный член в форме Лагранжа.
42) Исследование функций на монотонность.
43) Исследование функций на экстремум
44) Исследование функций на выпуклость и в точке перегиба.
45) Асимптоты.
46) Полное исследование функций и построение графиков.

Перечень вопросов к экзамену 2 семестр
1) Понятие первообразной и неопределенного интеграла.
2) Теорема о множестве всех первообразных.
3) Свойства неопределенного интеграла.
4) Таблица интегралов.
5) Метод интегрирования путем подведения к табличным интегралам.
6) Теорема о замене переменной.
7) Метод подведения под знак дифференциала.
8) Теорема об интегрировании по частям.
9) Метод интегрирования по частям.
10) Циклические интегралы. Рекуррентная формула.
11) Интегрирование различных видов простейших дробей.
12) Интегрирование правильных дробей.
13) Интегрирование рациональных функций (в том числе неправильных дробей).
14) Метод неопределенных коэффициентов.
15) Интегрирование простейших иррациональностей.
16) Интегрирование иррациональных функций.
17) Подстановки Эйлера.
18) Биномиальные дифференциалы.
19) Интегрирование тригонометрических функций.
20) Понятие определенного интеграла. Необходимый признак интегрируемости.
21) Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости функций.
22) Классы интегрируемых функций.
23) Свойства определенного интеграла, выраженные равенствами.
24) Свойства определенного интеграла, выраженные неравенствами.
25) Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства.
26) Формула Ньютона-Лейбница.
27) Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.
28) Квадрируемые фигуры. Критерий квадрируемости.
29) Площадь плоской фигуры в прямоугольной системе координат и при параметрическом задании кривой.
30) Площадь плоской фигуры в полярной системе координат.
31) Вычисление объемов тел.
32) Функции ограниченной вариации и их свойства.
33) Длина дуги в прямоугольной системе координат.
34) Длина дуги при параметрическом задании кривой и в полярной системе координат.
35) Площадь поверхности тел вращения.
36) Физическое применение определенного интеграла.
37) Интеграл Стилтьеса.
38) Несобственные интегралы 1 рода.
39) Несобственные интегралы 2 рода.

40) Основные понятия темы «Числовые ряды»
41) Арифметические и геометрические ряды
42) Основные свойства числовых рядов
43) Необходимый признак сходимости
44) Гармонический и обобщенный гармонический ряды
45) Критерий Коши сходимости числового ряда
46) Критерий Даламбера сходимости знакоположительного ряда
47) Неравенства Гельдера и Минковского для конечных и бесконечных сумм.
48) Признак Лейбница для знакочередующихся рядов.
49) Абсолютно и условно сходящиеся ряды.
50) Функциональные последовательности и ряды.
51) Равномерная сходимость функционального ряда
52) Свойства суммы функционального ряда.
53) Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал сходимости степенного ряда. Формула Коши-Адамара.
54) Разложение в ряд Тейлора показательной функции.
55) Разложение в ряд Тейлора функций y=sin x, y=cos x.
56) Разложение в ряд Тейлора биномиальной функции.
57) Разложение в ряд Тейлора логарифмической функции.
58) Разложение в ряд Тейлора обратных тригонометрических функций.

Перечень вопросов к экзамену 3 семестр
1. Аксиомы метрического пространства. Нормированные пространства, основные примеры метрических пространств.
2. Шары. Сферы. Окрестности. Свойства окрестностей.
3. Внутренние точки, точки прикосновения, внутренность, замыкание.
4. Открытые и замкнутые множества в метрических пространствах, свойства открытых и замкнутых множеств.
5. Топологические пространства. Примеры топологий.
6. Непрерывные отображения в топологических пространствах. Эквивалентность различных определений. Гомеоморфизмы.
7. Покрытия. Центрированные системы. Эквивалентность двух определений компактности.
8. Свойства компактных пространств:
8.1. замкнутость,
8.2. ограниченность в метрических пространствах,
8.3. замкнутое подмножество компакта,
8.4. полная ограниченность,
8.5. счетная компактность.
9. Свойства непрерывных функций на компакте:
9.1. непрерывный образ компакта,
9.2. существование максимума и минимума,
9.3. непрерывная биекция есть гомеоморфизм,
9.4. равномерная непрерывность (теорема Кантора).
10. Связные, линейно связные, локально связные и локально линейно связные пространства. Непрерывность и связность. Путь в топологическом пространстве X.
11. Полные метрические пространства. Фундаментальные последовательности. Теорема Банаха о неподвижной точке.
12. Скалярное произведение. Выражение нормы через скалярное произведение. Гильбертово пространство. Базис. Ряд Фурье. Неравенство Бесселя, равенство Парсеваля.
13. Теорема Вейерштрасса о плотности тригонометрических полиномов в и о плотности алгебраических многочленов в . Плотность тригонометрических полиномов в пространстве C[- .
14. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Стремление к нулю коэффициентов Фурье. Условия разложимости произвольного элемента в ряд Фурье. Критерии базиса для ОНС.
15. Тригонометрический ряд Фурье; сходимость в среднем, равенство Парсеваля. Ряды Фурье по синусам и ряды Фурье по косинусам на . Ряд Фурье в комплексной форме.
16. Тригонометрическая система в L2 [0,2]. Ортогональность ее векторов, разложение функции по тригонометрической системе. Другие виды базисов: разложение по синусам и косинусом. Формулы разложения в ряд Фурье для произвольного отрезка.
17. Теорема Римана. Стремление к нулю коэффициентов Фурье. Ядро Дирихле. Условие Дини и сходимость в точках разрыва. Суммы Фейера и ядро Фейера. Равномерная сходимость ряда Фурье.
18. Суммы Фейера и ядро Фейера. Равномерная сходимость ряда Фурье.
19. Частные производные и их геометрический смысл. Дифференцируемость ФНП. Необходимое условие. Достаточное условие. Геометрический смысл дифференцируемости (при).
20. Дифференцируемость композиции функций. Инвариантность формы дифференциала.
21. Производная по направлению. Градиент.
22. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.
23. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для ФНП.
24. Экстремум ФНП. Необходимое условие. Достаточное условие экстремума.

25. Дифференцируемые отображения, производная, дифференциал. Матрица Якоби. Дифференцируемость отображения и его координат.
26. Необходимое условие дифференцируемости. Достаточное условие. Линейность операции дифференцирования.
27. Дифференцируемость композиции отображений. Дифференцируемость обратного отображения.
28. Неявные функции одной переменной. Теорема о неявной функции. Уравнение касательной плоскости.
29. Неявные отображения. Теорема о неявном отображении.
30. Теорема о ранге. Зависимость функций. Условие независимости функций.
31. Теорема об обратном отображении.
32. Условный экстремум; метод множителей Лагранжа.

Критерии оценивания:
"Отлично" - студент имеет представление об определениях и теоремах, может приводить примеры к определениям и теоремам, умеет решать задачи.
"Хорошо" - студент имеет представление об определениях и теоремах, может решать задачи.
"Удовлетворительно" - студент имеет представления об основных определениях и теоремах.
"Неудовлетворительно" - студент не имеет представления о предмете.

Перечень вопросов к экзамену 4 семестр
1. Несобственные интегралы. Равномерная сходимость, критерий равномерной сходимости.
2. Достаточные условия равномерной сходимости интегралов.
3. Предельный переход под знаком несобственного интеграла.
4. Интегрирование несобственного интеграла по параметру.
5. Дифференцирование несобственного интеграла по параметру.
6. В-функции и ее свойства (симметричность, формула понижения).
7. Г-функции и ее свойства:
7.1. формула производной,
7.2. формула дополнения,
7.3. формула Эйлера-Гаусса,
7.4. формула понижения.
8. Интегральная формула Фурье.
9. Мера Жордана, измеримые по Жордану множества.
10. Критерий измеримости.
11. Свойства измеримых множеств.
12. Понятие кратного интеграла.
13. Суммы Дарбу. Критерий существования интеграла.
14. Задачи, приводящие к двойному интегралу.
15. Определение двойного интеграла, его геометрический смысл, свойства.
16. Сведение двойного интеграла к повторному.
17. Замена переменных в двойном интеграле.
18. Двойной интеграл в полярных координатах.
19. Некоторые приложения двойных интегралов:
19.1 Вычисление объема,
19.2 Вычисление площади,
19.3 Вычисление площади поверхности,
19.4 Вычисление массы пластинки.
20. Определение тройного интеграла, его геометрический смысл, свойства.
21. Вычисление тройных интегралов.
22. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.
23. Приложения тройных интегралов.
24. Задача о работе плоского силового поля.
25. Криволинейный интеграл I рода.
26. Криволинейный интеграл II рода.
27. Связь между криволинейными интегралами I и II рода.
28. Формула Грина.
29. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
30. Интегрирование полных дифференциалов.
31. Приложения криволинейных интегралов II рода.
32. Поверхностные интегралы I типа.
33. Поверхностные интегралы II типа.
34. Формула Стокса.
35. Формула Остроградского.
36. Приложения поверхностных интегралов.
37. Векторное поле. Поток вектора через поверхность. Дивергенция, вихрь векторного поля. Скалярное поле.

Критерии оценки:
"Отлично": - студент знает формулировки определений и может привести

несколько примеров к каждому определению; - студент знает формулировки всех утверждений и теорем; - студент знает план доказательства всех утверждений и теорем, умеет при необходимости провести подробное доказательство каждого пункта; - студент может ответить на дополнительные вопросы по курсу без предварительной подготовки. - студент может излагать ответы на вопросы экзамена у доски.
"Хорошо": - студент знает формулировки определений и может привести несколько примеров к каждому определению; - студент знает формулировки всех утверждений и теорем; - студент знает план доказательства всех утверждений и теорем, но испытывает затруднения при подробном изложении некоторых пунктов доказательства; - студент может ответить на дополнительные вопросы по курсу без предварительной подготовки.
"Удовлетворительно": - студент знает формулировки определений и может привести пример к каждому определению; - студент знает формулировки всех утверждений и теорем; - студент может ответить на дополнительные вопросы по курсу без предварительной подготовки.
"Неудовлетворительно": - студент не знает формулировки определений или не умеет приводить примеры для них; - студент не знает формулировки основных утверждений и теорем; - студент не может изложить ответ на заданные вопросы.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л1.1	Ваулин Д.А., Жукова О.Г., Тулина [и др.] М.И.	Математический анализ. Ч. 2: учебное пособие для бакалавров 010301 "математика профиль "Общий 020301"Математ. и компьютер. науки профиль "Геометр. моделирование, топологические методы и прилож. 030102 "Физика" профиль "Фундаментальная физика 440305 "Пед. обр. профиль "Математ. и информат."	Горно-Алтайск: РИО ГАГУ, 2014	http://elib.gasu.ru/index.php?option=com_abook&view=book&id=291:matematicheskij-analiz-ch-2&catid=5:mathematics&Itemid=163
Л1.2	Ваулин Д.А., Жукова О.Г., Тулина [и др.] М.И.	Математический анализ. Ч. 3: учебное пособие для бакалавров 010301 "Математика профиль "Общий 020301"Математ. и компьютер. науки, "030301" Физика,"профиль Фундаментальная физика 440305 "Пед. обр. профиль "Математ. и информат."	Горно-Алтайск: РИО ГАГУ, 2014	http://elib.gasu.ru/index.php?option=com_abook&view=book&id=290:matematicheskij-analiz-ch-3&catid=5:mathematics&Itemid=163
Л1.3	Ваулин Д.А., Жукова О.Г., Тулина [и др.] М.И.	Математический анализ. Ч. 4: учебное пособие для бакалавров 010301 "математика профиль "Общий 020301"Математ. и компьютер. науки, "030301" Физика,"профиль Фундаментальная физика 440305 "Пед. обр. профиль "Математ. и информат."	Горно-Алтайск: РИО ГАГУ, 2014	http://elib.gasu.ru/index.php?option=com_abook&view=book&id=292:matematicheskij-analiz-ch-4&catid=5:mathematics&Itemid=163
Л1.4	Ваулин Д.А., Жукова О.Г., Тулина [и др.] М.И.	Математический анализ. Ч. 1: учебное пособие для бакалавров 010301 "Математика профиль "Общий 020301"Математ. и компьютер. науки; "030301" Физика," профиль Фундаментальная физика 440305 "Пед. обр. профиль "Математ. и информат."	Горно-Алтайск: РИО ГАГУ, 2014	http://elib.gasu.ru/index.php?option=com_abook&view=book&id=321:matematicheskij-analiz-ch-1&catid=5:mathematics&Itemid=163
Л1.5	Господариков А.П., Волынская И.А., Карпухина О.Е.	Высшая математика. Том 2. Начало математического анализа. Дифференциальное исчисление функций одной переменной и его приложения: учебник	Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский горный университет, 2015	http://www.iprbookshop.ru/71688.html
Л1.6	Господариков А.П., Ивакин В.В., Керейчук М.А.	Высшая математика. Том 3. Элементы высшей алгебры. Интегральное исчисление функций одной переменной и его приложения: учебник	Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский горный университет, 2015	http://www.iprbookshop.ru/71689.html

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л1.7	Господариков А.П., Зацепин М.А., Колтон Г.А.	Высшая математика. Том 4. Дифференциальные уравнения. Ряды. Ряды Фурье и преобразование Фурье. Дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких переменных. Теория поля: учебник	Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский горный университет, 2015	http://www.iprbookshop.ru/71690.html

6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л2.1	Фихтенгольц Г.М.	Курс дифференциального интегрального исчисления. Т.1: в 3-х томах	Москва: Физматлит, 2006	
Л2.2	Фихтенгольц Г.М.	Курс дифференциального интегрального исчисления. Т.2: в 3-х томах	Москва: Физматлит, 2006	
Л2.3	Фихтенгольц Г.М.	Курс дифференциального интегрального исчисления. Т.3: в 3-х томах	Москва: Физматлит, 2005	
Л2.4	Долгополова А.Ф., Колодяжная Т.А.	Руководство к решению задач по математическому анализу: учебное пособие	Ставрополь: Ставропольский государственный аграрный, 2012	http://www.iprbookshop.ru/48257.html
Л2.5	Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б.	Руководство к решению задач по математическому анализу: учебное пособие	Ставрополь: Ставропольский государственный аграрный университет, Сервисшкола, 2012	http://www.iprbookshop.ru/48258.html

6.3.1 Перечень программного обеспечения

6.3.1.1	MS Office
6.3.1.2	Moodle
6.3.1.3	WinDjView
6.3.1.4	Kaspersky Endpoint Security для бизнеса СТАНДАРТНЫЙ
6.3.1.5	MS WINDOWS
6.3.1.6	NVDA
6.3.1.7	Яндекс.Браузер
6.3.1.8	LibreOffice
6.3.1.9	MikTex
6.3.1.10	РЕД ОС

6.3.2 Перечень информационных справочных систем

6.3.2.1	Межвузовская электронная библиотека
6.3.2.2	Электронно-библиотечная система IPRbooks
6.3.2.3	База данных «Электронная библиотека Горно-Алтайского государственного университета»

7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

	лекция-визуализация	
	дискуссия	
	проблемная лекция	

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Номер аудитории	Назначение	Основное оснащение
222 Б1	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Рабочее место преподавателя. Посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся). Переносной проектор, ноутбук, экран

207 Б1	Лекционная аудитория. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Ученическая доска, проектор, экран, системный блок, посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся), рабочее место преподавателя
209 Б1	Компьютерный класс. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Помещение для самостоятельной работы	Рабочее место преподавателя. Посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся). Маркерная ученическая доска, экран, мультимедиапроектор, компьютеры с доступом в Интернет

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Методические указания по освоению дисциплин (модулей)

Лекции, с одной стороны – это одна из основных форм учебных занятий в высших учебных заведениях, представляющая собой систематическое, последовательное устное изложение преподавателем определенного раздела конкретной науки или учебной дисциплины, с другой – это особая форма самостоятельной работы с учебным материалом. Лекция не заменяет собой книгу, она только подталкивает к ней, раскрывая тему, проблему, выделяя главное, существенное, на что следует обратить внимание, указывает пути, которым нужно следовать, добиваясь глубокого понимания поставленной проблемы, а не общей картины.

Работа на лекции – это сложный процесс, который включает в себя такие элементы как слушание, осмысление и собственно конспектирование. Для того, чтобы лекция выполнила свое назначение, важно подготовиться к ней и ее записи еще до прихода преподавателя в аудиторию. Без этого дальнейшее восприятие лекции становится сложным. Лекция в университете рассчитана на подготовленную аудиторию. Преподаватель излагает любой вопрос, ориентируясь на те знания, которые должны быть у студентов, усвоивших материал всех предыдущих лекций.Важно научиться слушать преподавателя во время лекции, поддерживать непрерывное внимание к выступающему.

Однако, одного слушания недостаточно. Необходимо фиксировать, записывать тот поток информации, который сообщается во время лекции – научиться вести конспект лекции, где формулировались бы наиболее важные моменты, основные положения, излагаемые лектором. Для ведения конспекта лекции следует использовать тетрадь. Ведение конспекта на листочках не рекомендуется, поскольку они не так удобны в использовании и часто теряются. При оформлении конспекта лекции необходимо оставлять поля, где студент может записать свои собственные мысли, возникающие параллельно с мыслями, высказанными лектором, а также вопросы, которые могут возникнуть в процессе слушания, чтобы получить на них ответы при самостоятельной проработке материала лекции, при изучении рекомендованной литературы или непосредственно у преподавателя в конце лекции. Составляя конспект лекции, следует оставлять значительный интервал между строчками. Это связано с тем, что иногда возникает необходимость вписать в первоначальный текст лекции одну или несколько строчек, имеющих принципиальное значение и почерпнутых из других источников. Расстояние между строками необходимо также для подчеркивания слов или целых групп слов (такое подчеркивание вызывается необходимостью привлечь внимание к данному месту в тексте при повторном чтении). Обычно подчеркивают определения, выводы.

Также важно полностью без всяких изменений вносить в тетрадь схемы, таблицы, чертежи и т.п., если они предполагаются в лекции. Для того, чтобы совместить механическую запись с почти дословным фиксированием наиболее важных положений, можно использовать системы условных сокращений. В первую очередь сокращаются длинные слова и те, что повторяются в речи лектора чаще всего. При этом само сокращение должно быть по возможности кратким.

Семинарские (практические) занятия Самостоятельная работа студентов по подготовке к семинарскому (практическому) занятию должна начинаться с ознакомления с планом семинарского (практического) занятия, который включает в себя вопросы, выносимые на обсуждение, рекомендации по подготовке к семинару (практическому занятию), рекомендуемую литературу к теме. Изучение материала следует начать с просмотра конспектов лекций. Восстановив в памяти материал, студент приводит в систему основные положения темы, вопросы темы, выделяя в ней главное и новое, на что обращалось внимание в лекции. Затем следует внимательно прочитать соответствующую главу учебника.

Для более углубленного изучения вопросов рекомендуется конспектирование основной и дополнительной литературы.

Читая рекомендованную литературу, не стоит пассивно принимать к сведению все написанное, следует анализировать текст, думать над ним, этому способствуют записи по ходу чтения, которые превращают чтение в процесс. Записи могут вестись в различной форме: развернутых и простых планов, выписок (тезисов), аннотаций и конспектов.

Подобрав, отработав материал и усвоив его, студент должен начать непосредственную подготовку своего выступления на семинарском (практическом) занятии для чего следует продумать, как ответить на каждый вопрос темы.

По каждому вопросу плана занятий необходимо подготовиться к устному сообщению (5-10 мин.), быть готовым принять участие в обсуждении и дополнении докладов и сообщений (до 5 мин.).

Выступление на семинарском (практическом) занятии должно удовлетворять следующим требованиям: в нем излагаются теоретические подходы к рассматриваемому вопросу, дается анализ принципов, законов, понятий и категорий; теоретические положения подкрепляются фактами, примерами, выступление должно быть аргументированным.

Лабораторные работы являются основными видами учебных занятий, направленными на экспериментальное (практическое) подтверждение теоретических положений и формирование общепрофессиональных и профессиональных компетенций. Они составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки.
В процессе лабораторной работы как вида учебного занятия студенты выполняют одно или несколько заданий под руководством преподавателя в соответствии с изучаемым содержанием учебного материала.
При выполнении обучающимися лабораторных работ значимым компонентом становятся практические задания с использованием компьютерной техники, лабораторно - приборного оборудования и др. Выполнение студентами лабораторных работ проводится с целью: формирования умений, практического опыта (в соответствии с требованиями к результатам освоения дисциплины, и на основании перечня формируемых компетенций, установленными рабочей программой дисциплины), обобщения, систематизации, углубления, закрепления полученных теоретических знаний, совершенствования умений применять полученные знания на практике.
Состав заданий для лабораторной работы должен быть спланирован с расчетом, чтобы за отведенное время они могли быть выполнены качественно большинством студентов.
При планировании лабораторных работ следует учитывать, что в ходе выполнения заданий у студентов формируются умения и практический опыт работы с различными приборами, установками, лабораторным оборудованием, аппаратурой, программами и др., которые могут составлять часть профессиональной практической подготовки, а также исследовательские умения (наблюдать, сравнивать, анализировать, устанавливать зависимости, делать выводы и обобщения, самостоятельно вести исследование, оформлять результаты).
Выполнению лабораторных работ предшествует проверка знаний студентов - их теоретической готовности к выполнению задания.
Формы организации студентов при проведении лабораторных работ: фронтальная, групповая и индивидуальная. При фронтальной форме организации занятий все студенты выполняют одновременно одну и ту же работу. При групповой форме организации занятий одна и та же работа выполняется группами по 2 - 5 человек. При индивидуальной форме организации занятий каждый студент выполняет индивидуальное задание.
Текущий контроль учебных достижений по результатам выполнения лабораторных работ проводится в соответствии с системой оценивания (рейтинговой, накопительной и др.), а также формами и методами (как традиционными, так и инновационными, включая компьютерные технологии), указанными в рабочей программе дисциплины (модуля). Текущий контроль проводится в пределах учебного времени, отведенного рабочим учебным планом на освоение дисциплины, результаты заносятся в журнал учебных занятий.
Объем времени, отводимый на выполнение лабораторных работ, планируется в соответствии с учебным планом ОПОП.
Перечень лабораторных работ в РПД, а также количество часов на их проведение должны обеспечивать реализацию требований к знаниям, умениям и практическому опыту студента по дисциплине (модулю) соответствующей ОПОП.
Самостоятельная работа обучающихся– это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.
Объем самостоятельной работы определяется учебным планом основной профессиональной образовательнойпрограммы (ОПОП), рабочей программой дисциплины (модуля).
Самостоятельная работа организуется и проводится с целью формирования компетенций, понимаемых как способность применять знания, умения и личностные качества для успешной практической деятельности, в том числе:
- формирования умений по поиску и использованию нормативной, правовой, справочной и специальной литературы, а также других источников информации;
- качественного освоения и систематизации полученных теоретических знаний, их углубления и расширения по применению на уровне межпредметных связей;
- формирования умения применять полученные знания на практике (в профессиональной деятельности) и закрепления практических умений обучающихся;
- развития познавательных способностей, формирования самостоятельности мышления обучающихся;
- совершенствования речевых способностей обучающихся;
- формирования необходимого уровня мотивации обучающихся к систематической работе для получения знаний, умений и владений в период учебного семестра, активности обучающихся, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования способностей к саморазвитию (самопознанию, самоопределению, самообразованию, самосовершенствованию, самореализации и саморегуляции);
- развития научно-исследовательских навыков;
- развития навыков межличностных отношений.
К самостоятельной работе по дисциплине (модулю) относятся: проработка теоретического материала дисциплины (модуля);подготовка к семинарским и практическим занятиям, в т.ч. подготовка к текущему контролю успеваемости обучающихся(текущая аттестация); подготовка к лабораторным работам; подготовка к промежуточной аттестации (зачётам, экзаменам).
Виды, формы и объемы самостоятельной работы обучающихсяпри изучении дисциплины (модуля) определяются:
- содержанием компетенций, формируемых дисциплиной (модулем);
- спецификой дисциплины (модуля), применяемыми образовательными технологиями;
- трудоемкостью СР, предусмотренной учебным планом;
- уровнем высшего образования (бакалавриат, специалитет, магистратура, аспирантура), на котором реализуется ОПОП;
- степенью подготовленности обучающихся.
Курсовая работа является самостоятельным творческим письменным научным видом деятельности студента по разработке конкретной темы. Она отражает приобретенные студентом теоретические знания и практические навыки. Курсовая работа выполняется студентом самостоятельно под руководством преподавателя.
Курсовая работа, наряду с экзаменами и зачетами, является одной из форм контроля (аттестации), позволяющей определить

степень подготовленности будущего специалиста. Курсовые работы защищаются студентами по окончании изучения указанных дисциплин, определенных учебным планом.
Оформление работы должно соответствовать требованиям. Объем курсовой работы: 25–30 страниц. Список литературы и Приложения в объем работы не входят. Курсовая работа должна содержать: титульный лист, содержание, введение, основную часть, заключение, список литературы, приложение (при необходимости). Курсовая работа подлежит рецензированию руководителем курсовой работы. Рецензия является официальным документом и прикладывается к курсовой работе.
Тематика курсовых работ разрабатывается в соответствии с учебным планом. Руководитель курсовой работы лишь помогает студенту определить основные направления работы, очертить её контуры, указывает те источники, на которые следует обратить главное внимание, разъясняет, где отыскать необходимые книги.
Составленный список источников научной информации, подлежащий изучению, следует показать руководителю курсовой работы.
Курсовая работа состоит из глав и параграфов. Вне зависимости от решаемых задач и выбранных подходов структура работы должна содержать: титульный лист, содержание, введение, основную часть; заключение; список литературы; приложение(я).
Во введении необходимо отразить: актуальность; объект; предмет; цель; задачи; методы исследования; структура работы.
Основную часть работы рекомендуется разделить на 2 главы, каждая из которых должна включать от двух до четырех параграфов.
Содержание глав и их структура зависит от темы и анализируемого материала.
Первая глава должна иметь обзорно–аналитический характер и, как правило, является теоретической.
Вторая глава по большей части раскрывает насколько это возможно предмет исследования. В ней приводятся практические данные по проблематике темы исследования.
Выводы оформляются в виде некоторого количества пронумерованных абзацев, что придает необходимую стройность изложению изученного материала. В них подводится итог проведённой работы, непосредственно выводы, вытекающие из всей работы и соответствующие выявленным проблемам, поставленным во введении задачам работы; указывается, с какими трудностями пришлось столкнуться в ходе исследования.
Правила написания и оформления курсовой работы регламентируются Положением о курсовой работе (проекте), утвержденным решением Ученого совета ФГБОУ ВО ГАГУ от 27 апреля 2017 г.

1 СЕМЕСТР

Оценочное средство

Вводный тест по предмету

1. Вычислить $\log_2 72 - 2\log_2 6$.
a) $\log_2 36$;
b) 0;
c) 6;
d) 1.

2. Найти значение выражения $\sin x - \cos x + 3ctgx$ при $x = \frac{\pi}{4}$
a) 1;
b) 9;
c) 3;
d) 0,5.

3. Найти корень уравнения $16^x + 3 \cdot 4^x - 4 = 0$
a) 0;
b) 2;
c) 1;
d) 4.

4. Найти больший корень уравнения $|5 - 2x| = 3$
a) 4;
b) 8;
c) 1;
d) 3.

5. На сколько процентов увеличится площадь квадрата, если его сторону увеличить на 20%?
a) 20%;
b) 44%;
c) 18%;
d) 40%.

6. Сколько корней уравнения $\sin 4x = 0$ содержится в промежутке $[0, \pi]$?
a) 2;
b) 3;
c) 4;
d) 5.

7. Найти наибольшее значение функции $y = x^2 + 4$ на отрезке $[-1, 2]$.
a) 5;
b) 4;
c) 8;
d) 13.

8. Чему равна сумма квадратов корней уравнения $2x^2 - 6x - 15$?
a) $\sqrt{39}$;
b) 24;
c) 9;
d) 36.

9. Первая труба наполняет бассейн за 9 часов, а вторая – за 18 часов. За сколько часов наполнят этот бассейн две трубы вместе?
a) 11;
b) 6;
c) 4,5;
d) 27.

10. Вычислить $tg\frac{\pi}{12} + ctg\frac{\pi}{12}$.
a) 4;
b) 2;
c) -1;
d) 1.

11. Найти наибольшее целое число, удовлетворяющее неравенству $\frac{3}{\sqrt{x-5}-\sqrt{10-x}} \geq 0$.
a) 5;
b) 3;
c) 10;
d) 4.

12. Найти среднее арифметическое корней уравнения $|2x - 5| = 3$.
a) 5;
b) 2,5;
c) 4,5;
d) 4.

13. Вычислить $\frac{\sin 15^0 \cos^1 5^0}{\sin 150^0}$.
a) 0,5;
b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$;
c) -0,5;
d) 1.

14. Чему равна площадь равностороннего треугольника, если радиус вписанной в него окружности равен 2?
a) $12\sqrt{3}$;
b) $4\sqrt{2}$;
c) 4;
d) $\sqrt{3}$.

15. Площадь поверхности куба равна 54. Найти объем куба.
a) 144;

b) 18;
c) 81;
d) 27.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
84-100% ответов на задания теста	"Отлично"
66-83% ответов на задания теста	"Хорошо"
50-65% ответов на задания теста	"Удовлетворительно"
менее 50% ответов на задания теста	"Неудовлетворительно"

Ключи к тесту

Номер	Ответ
1	d
2	c
3	a
4	a
5	b
6	d
7	c
8	b
9	b
10	a
11	c
12	b
13	a
14	a
15	d

Оценочное средство

Индивидуальное задание №1

I. Найдите x, удовлетворяющее соотношениям:

В.1. 1. $|x^2-3x-18|<2x^2-x$ 2. $|x^2-5x+6|=-x^2+5x-6$

В.2. 1. $|x+3|-|x+1|<2$ 2. $\left|\dfrac{x-1}{x+1}\right|=\dfrac{x-1}{x+1}$

В.3. 1. $|x|<x+1$ 2. $|x^2-3x-4|=x^2-3x-4$

В.4. 1. $|x^2-3x-4|>x^2-3x-4$ 2. $|x|=x+1$

В.5. 1. $\log_2|5x-3|>1$ 2. $4\cdot|x|=x^2-5$

В.6. 1. $|6x^2-2x+1|\leq 1$ 2. $x^2+5\cdot|x|-24>0$

В.7. 1. $|3x-1|+|2x-3|-|x+5|<2$ 2. $|x^2-3x-1|=-x^2+3x+1$

В.8. 1. $\left|\dfrac{x^2-3x-1}{x^2+3x+1}\right|\leq 3$ 2. $|x+3|-|x+1|>2$

В.9. 1. $|x^2-5x+6|=-x^2+5x-6$ 2. $|x-1|=x+1$

В.10. 1. $|x|>x+1$ 2. $|x^2-5x+6|=x^2-5x+6$

В.11. 1. $|x^2-2x-3|>x^2-2x-3$ 2. $|x|>x-1$

В.12. 1. $|2x+1|+|x|<2$ 2. $|x+3|+|2x-1|=8$

В.13. 1. $|3-x^2|\geq x^2-3$ 2. $|5-x|=2\,(2x-5)$

В.14. 1. $\left|\dfrac{x+2}{x-1}\right|>2$ 2. $|5-2x|+|x+3|=2-3x$

В.15. 1. $|x^2+2x-3|\geq x^2+2x-3$ 2. $|x-2|-|5+x|=3$

II. Найдите область определения функции:

В.1. 1. $y=\sqrt{x+2}+\lg\left(9-x^2\right)$ 2. $y=\sqrt[6]{1+2\cos 2x}$

В.2. 1. $y=\sqrt{3-x^2}+\lg\left(x+1\right)$ 2. $y=\dfrac{1}{\sqrt{tgx-1}}$

В.3. 1. $y=\sqrt{x^2-2x-15}+\log_3\left(-x\right)$ 2. $y=\log_{\mathrm{tg}x}\sin x$

В.4. 1. $y=\sqrt{8\cos^2 x-6\cos x+1}$ 2. $y=\log_{\cos x}\sin 2x$

В.5. 1. $y=\log_{\frac{1}{2}}\log_{\frac{1}{4}}\log_{\frac{1}{8}}x$ 2. $y=\sqrt[4]{1-2\sin x}$

В.6. 1. $y = \sqrt{\sin^2 x - \frac{1}{2}}$ 2. $y = \sqrt{3x^2 + 2x - 1} + \dfrac{1}{lg(2 - x) - 1}$

В.7. 1. $y = \sqrt{4 - x^2} + \log_3 (1 - x)$ 2. $y = \log_x \cos x$

В.8. 1. $y = \sqrt{x^2 - 6x + 8} + \dfrac{1}{\log_5 (4 - x) - 1}$ 2. $y = \log_x \sin x$

В.9. 1. $y = \sqrt{2 \cos x - \sqrt{3}}$ 2. $y = \log_{\sin x} \sin 2x$

В.10. 1. $y = \sqrt{x} + \sqrt[3]{\dfrac{1}{x - 2}} - \lg (2x - 3)$ 2. $y = \arccos \dfrac{2x}{1 + x}$

В.11. 1. $y = \sqrt{9 - x^2} + \lg \dfrac{x + 1}{x - 2}$ 2. $y = \arcsin \left(\lg \dfrac{x}{10} \right)$

В.12. 1. $y = \sin \lg \dfrac{1}{2x - 1}$ 2. $y = \sqrt{\sin 2x}$

В.13. 1. $y = \lg \sin (x - 3) + \sqrt{16 - x^2}$ 2. $y = \arcsin (2 + 3^x)$

В.14. 1. $y = \lg \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x + 1}$ 2. $y = \sqrt{3 - x} + \arccos \dfrac{x - 2}{3}$

В.15. 1. $y = \lg \dfrac{2 + x}{2 - x}$ 2. $y = \arcsin (\sin x)$

III. Пользуясь определением предела последовательности, доказать равенство:

В.1. 1. $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{1 + n}{n} = 1$ 2. $\lim\limits_{n \to \infty} 2^n = \infty$

В.2. 1. $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{1 + 2n}{4n} = \dfrac{1}{2}$ 2. $\lim\limits_{n \to \infty} \ln \dfrac{1}{n} = -\infty$

В.3. 1. $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{3 + 2n}{n} = 2$ 2. $\lim\limits_{n \to \infty} \log_2 n = \infty$

В.4. 1. $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{2 + n}{2n} = \dfrac{1}{2}$ 2. $\lim\limits_{n \to \infty} \lg \dfrac{1}{n} = -\infty$

В.5. 1. $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{3n^2 - n}{2n^2 + 5n - 4} = \dfrac{3}{2}$ 2. $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{n^2}{n + 1} = \infty$

В.6. 1. $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{n + 3}{3n} = \dfrac{1}{3}$ 2. $\lim\limits_{n \to \infty} \left(\dfrac{1}{3} \right)^n = 0$

В.7. 1. $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{2n + 1}{5n} = \dfrac{2}{5}$ 2. $\lim\limits_{n \to \infty} 2^{-n} = 0$

В.8. 1. $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{3n - 1}{2n + 5} = \dfrac{3}{2}$ 2. $\lim\limits_{n \to \infty} (2n - n^3) = -\infty$

В.9. 1. $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{2n - 3}{4n + 5} = \dfrac{1}{2}$ 2. $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{\sqrt{1 + n^2}}{n^2} = 0$

В.10. 1. $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{6n}{2n + 1} = 3$ 2. $\lim\limits_{n \to \infty} (3n + 5) = \infty$

В.11. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n-1}{2n+1}=1$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{2n+1}=0$

В.12. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n-1}{4n}=\frac{1}{4}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}5^{-n}=0$

В.13. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{5n+1}{2n}=\frac{5}{2}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}5^{n}=\infty$

В.14. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n+5}{2n+1}=1$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{6}{2n-1}=0$

В.15. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n+2}{3n+1}=\frac{1}{3}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\ln n=\infty$

IV. Вычислить:

В.1. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n^2+2n+2}+2n}{3n+2}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\ldots+\frac{n+1}{n^2}\right)$

В.2. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n-3}{n+2}\right)^{2n+1}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1+3+\ldots+(2n+1)}{n^3}$

В.3. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n+2}-\sqrt{n}\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2+4+\ldots+2n}{n^2}$

В.4. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2+3n+2}{4n^2+1}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{5n+1}-\sqrt{n+2}\right)$

В.5. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n^2+1}{3n+2}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1+4+7+\ldots+(3n-2)}{n^2}$

В.6. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\ldots+\frac{1}{2^n}\right)$

В.7. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n(n+3)(n+6)}{n^3}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+2+2^2+\ldots+2^n\right)$

В.8. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b}}{2}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\frac{3}{n+1}\right)^{n+1}$

В.9. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sin\left(2n^2+1\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\ldots+\frac{1}{3^n}\right)$

В.10. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2+2n+5}{n^2+1}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+3+3^2+\ldots+3^n\right)$

В.11. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3n^4+2n^2+3}{2n^4-n^3+2}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^n\cos n^2$

В.12. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n^4+3n^2+1}{n^3+1}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n\cos 2n$

В.13. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n^2+n+4}{3n^2+n}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3^{2n-1}+2}{3^{2n}+1}$

B.14. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{7}+\frac{1}{7^2}+\ldots+\frac{1}{7^n}\right)$

B.15. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{n+1}-\sqrt[3]{n}\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3+7+\ldots+(4n-1)}{n^2}$

B.16. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(a^{\frac{1}{n}}+a^{-\frac{1}{n}}-2\right)n^2$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n+(-1)^n}{n-(-1)^n}$

V. Пользуясь “$\varepsilon-\delta$” определением предела функции, доказать равенство:

B.1. 1. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1}=2$ 2. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2}{4+x^2}=0$

B.2. 1. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-x}{1+x}=1$ 2. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{1+x^2}=0$

B.3. 1. $\lim\limits_{x\to1}\sin x=\sin 1$ 2. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2}{5}\right)^x=0$

B.4. 1. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{3x}{x+2}=1$ 2. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{3+x}{x}=\infty$

B.5. 1. $\lim\limits_{x\to2}(1-2x)=-3$ 2. $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{1}{(x-3)^2}=\infty$

B.6. 1. $\lim\limits_{x\to0}\cos 2x=1$ 2. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{1}{(x-1)^2}=\infty$

B.7. 1. $\lim\limits_{x\to3}(3x-5)=4$ 2. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{1}{(x-1)^2}=\infty$

B.8. 1. $\lim\limits_{x\to4}2x=8$ 2. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{1}{x-2}=\infty$

B.9. 1. $\lim\limits_{x\to4}\sqrt{1+2x}=3$ 2. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{x^2}=\infty$

B.10. 1. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\sin x=1$ 2. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{2+x^2}=0$

B.11. 1. $\lim\limits_{x\to4}(2x+2)=10$ 2. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{1+x^2}=0$

B.12. 1. $\lim\limits_{x\to2}(2x-3)=1$ 2. $\lim\limits_{x\to\infty}\log_2 x^2=\infty$

B.13. 1. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{3x+1}{5x+4}=\dfrac{1}{2}$ 2. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{3+x^2}=0$

B.14. 1. $\lim\limits_{x\to1}(4x-1)=3$ 2. $\lim\limits_{x\to\infty}\ln x^2=\infty$

B.15. 1. $\lim\limits_{x\to2}(x^2-1)=3$ 2. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2}{3}\right)^x=0$

VI. Вычислить:

B.1. 1. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{1-x^2}-x\right)$

2. $\lim\limits_{x\to0}\sqrt[x]{1-\sin x}$

3. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1-\operatorname{tg}x)}{2^{sinx}-1}$

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+8}{3x-1}\right)^{2x}$

5. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos 6x}{1-\cos 2x}$

6. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\ln\operatorname{tg}x}{\cos 2x}$

B.2. 1. $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{3x^2-3}{x^2-2x-3}$

2. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt[3]{x-2}-1}{(x-1)\cdot\left(x^2+1\right)}$

3. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\sqrt{\cos x}}{1-\cos\sqrt{x}}$

4. $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\dfrac{x+1}{2x+5}\right)^{x}$

5. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{\sin x}-1}{\operatorname{tg}2x}$

6. $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin x}{x+\cos x}$

B.3. 1. $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{6\left(\sqrt{x+6}-3\right)}{x^3-27}$

2. $\lim\limits_{x\to3}\left(\dfrac{6x}{x^4-3^4}-\dfrac{6}{x^2-9}\right)$

3. $\lim\limits_{x\to0}x\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)$

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+1}\right)^{x}$

5. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1+3x)}{\operatorname{arctg}x}$

6. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\ln\operatorname{tg}x}{1-\operatorname{ctg}x}$

B.4. 1. $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}$

2. $\lim\limits_{x\to0}x^3\operatorname{ctg}^2\dfrac{x}{3}$

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\ln\left(1+e^{-3x}\right)}{\ln\left(1-e^{-2x}\right)}$

4. $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{2x+1}{x}\right)^{x}$

5. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\left(\arcsin\sqrt{x}\right)^3}{1-e^{3x\sqrt{x}}}$

6. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\operatorname{tg}^2 2x\ln\sin 2x$

B.5. 1. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-2x+1}{x^3-2x^2-5x+6}$

2. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{3+x}-x\right)$

3. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\arcsin 2x+\operatorname{arctg}3x}{x^2+5x}$

4. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{\sin x}-1}{\operatorname{tg}2x}$

5. $\lim\limits_{x\to\infty}x\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)$

6. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(1+\operatorname{ctg}x)^{\operatorname{tg}x}$

B.6. 1. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-4x-12}$

2. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{2-\cos x}-1}{x\operatorname{tg}3x}$

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2+4}\right)^{x}$

4. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1+4x)}{\sin x}$

5. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\left(e^{-3x+1}-e\right)x}{\sin^2 2x}$

6. $\lim\limits_{x\to0}\operatorname{tg}x\ln(\sin x)$.

B.7. 1. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{4x^5+9x+7}{3x^6+x^3+1}$

2. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt[3]{10-x}-2}{x-2}$

3. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos^3 x}{x\sin 2x}$

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+8}{3x-1}\right)^{2x}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos 2x}{1-\cos 3x}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{1+\sin 2x}-1}{(1+3x)^3-1}$.

B.8. 1. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{5x^2-5}{x^2-2x-3}$

2. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt[3]{x}+1}{x+1}$

3. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x-\sin x+1}{\cos x+\sin x-1}$

4. $\lim\limits_{x\to \pm\infty}\left(\dfrac{3x+1}{2x+9}\right)^{x-5}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-\mathrm{tg}x)}{x^{\mathrm{tg}x}-1}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-e^{3x}}{\mathrm{tg}\dfrac{3}{2}x}$.

B.9. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x^3-\sin^2 x}-1}{1-\cos x}$

2. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt{2x+3}-1}{\sqrt{5+x}-x}$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos^5 x}{x^2}$

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+3x)}{\sin 6x}$

5. $\lim\limits_{x\to \infty}(x+2)\cdot(\ln(2x+1)-\ln(2x-1))$

6. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-2x+3}{x^3-2x^2-5x+6}$

B.10. 1. $\lim\limits_{x\to \infty}\left(\dfrac{x^3}{3x^2-4}-\dfrac{x^2}{3x+2}\right)$

2. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x-1}-\sqrt{2}}{x^2-9}$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{x}$

4. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{\ln\left(2+e^{3x}\right)}{\ln\left(3+e^{2x}\right)}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{8+8x+x^2}-2}{\sqrt{1-3x}-1}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left(e^{x^2}-1\right)\cos x}{\sin x+x^3}$

B.11. 1. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{(x-3)^3-(x-2)^2}{2x^3+4x-3}$

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{3x^2}$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x\sin x}-1}{x^2}$

4. $\lim\limits_{x\to 3}\left(\dfrac{1}{x-3}-\dfrac{6}{x^2-9}\right)$

5. $\lim\limits_{x\to 1}(1+\sin\pi x)^{\mathrm{ctg}\pi x}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos 2x}{\ln\cos 4x}$

B.12. 1. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{2x^4+5x^2-3}{5x^4-2x^3-4x}$

2. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{3-\sqrt{x+11}}{2-\sqrt{x+6}}$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1+\mathrm{tg}x}{x+\sin x}\right)^{\sin^{-3}x}$

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{tg}x-\sin x}{\sin^3 x}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[5]{1+6x}-\sqrt[3]{1+2x}}{x}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos 5x}{\ln\cos 6x}$

B.13. 1. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{3-7x^2+5x^3}{2+2x-x^3}$

2. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2+10x+21}{x^2+8x+15}$

3. $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{\sqrt{9+x}-2}{\sqrt{4-x}-3}$

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos 3x}{x^2}$

5. $\lim\limits_{x\to e}\dfrac{\ln x^2-2}{x^2-e^2}$

6. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{\ln(3+e^x)}{\ln\left(10+e^{6x}\right)}$

В.14. 1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4+5x^2-3x^5}{8-6x-x^3}$

2. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{2x^2+x-10}{x^2-x-2}$

3. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2-\sqrt{5-x}}{3-\sqrt{8+x}}$

4. $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{1+\mathrm{tg}x}{1+\sin x}\right)^{\frac{1}{\sin x}}$

5. $\lim\limits_{x\to\infty}(3x+5)(\ln(x+5)-\ln x)$

6. $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin 10x}{\pi^2-x^2}$

В.15. 1. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{\sin x}$

2. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+3x}-\sqrt[3]{1+4x}}{x}$

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5\cdot\sqrt[9]{x}-9\cdot\sqrt[5]{x}+6\cdot\sqrt[6]{x}}{\sqrt[5]{x}-\sqrt[9]{x}+\sqrt[6]{x+1}}$

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\cos\frac{\pi}{x}+\sin\frac{e}{x}\right)^x$

5. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln\cos 2x}{1-\cos 3x}$

6. $\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{x^4+10x^3+26x^2+10x+25}{x^5+10x^4+25x^3}$

В.16. 1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-4x^2+3}{x^4-4}$

2. $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2-2x-3}{x^3+1}$

3. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+\sin 2x}-1}{(1+2x)^3-1}$

4. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos 5x-\cos^3 5x}{\mathrm{tg}^4\sqrt{3x}}$

5. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^2+1}{2x}\ln\dfrac{x+3}{x+9}$

6. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(1+\mathrm{ctg}x)^{\mathrm{tg}x}$

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания индивидуальной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов;	"Отлично"
- все задания индивидуальной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решено не менее 65% всех заданий индивидуальной работы; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий;	"Удовлетворительно"
- решено менее 65% заданий работы; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	Неудовлетворительно.

Оценочное средство

Индивидуальное задание №2

I. Пользуясь определением производной, найти производную функции:

В.1. $y = \sin(2x+1)$;

В.2. $y = \mathrm{tg}^2 x$;

В.3. $y = \cos^2 x$;

В.4. $y = 5^{x-1}$;

В.5. $y = \sqrt{\sin x}$;

В.6. $y = \mathrm{tg} 3x + 2$;

В.7. $y = \ln(7x-1)$;

В.8. $y = \sqrt[3]{x-5}$;

В.9. $y = \dfrac{1}{x^2}$;

В.10. $y = \sqrt{x}$;

В.11. $y = \sqrt{x^2-3}$;

В.12. $y = e^{5x+1}$;

В.13. $y = \sqrt{\mathrm{ctg} x}$;

В.14. $y = \dfrac{1}{x^2+3}$;

В.15. $y = \dfrac{1}{2x-x^2}$.

II. Применяя формулы дифференцирования, найти производные следующих функций:

В.1. 1. $y = \ln \mathrm{arctg} \dfrac{1}{1+x^2}$;

2. $y = \dfrac{1-x^2}{4-x^2}$;

3. $y = \cos x \left(1+\cos^{-1} x + \mathrm{tg} x\right)\left(1-\cos^{-1} x + \mathrm{tg} x\right)$.

4. $y = \sin^3 \cos 3x$;

В.2. 1. $y = \ln\left(3x+\sqrt{9x^4+1}\right)$;

2. $y = \mathrm{arctg}\, \dfrac{2x^4}{1-x^8}$;

3. $y = \dfrac{(x+1)^2}{2-x}$;

4. $y = \dfrac{\mathrm{ctg}\,(270^\circ - x)\left(\mathrm{ctg}^2\,(360^\circ - x) - 1\right)}{\left(1 - tg^2\,(x-180^\circ)\right)\mathrm{ctg}\,(180^\circ + x)}$.

В.3. 1. $y = \ln\left(x\left(x^4+4\right)\right)$;

2. $y = x\sqrt{4-x^2}$;

3. $y = \dfrac{e^x - e^{-x}}{\sin x^2}$;

4. $y = e^{-x^2}\cos^3(2x+3)$.

В.4. 1. $y = \ln\left(x^2+\sqrt{x^4+1}\right)$;

2. $y = (\mathrm{tg} 2x)^{\sin 3x}$;

3. $y = e^x \sin\sqrt{x^2+1}$;

4. $y = \dfrac{x^2 \ln^2 \mathrm{tg} x}{\ln \sin^2 2x}$.

В.5. 1. $y = b \arcsin \frac{x}{b} - \sqrt{b^2-x^2}$;

2. $y = x + e^{-x}$;

3. $y = \dfrac{\sin^2\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right) - \cos^2\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)}{\mathrm{tg}^2\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right) - \mathrm{ctg}^2\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)}$;

4. $y = e^{-x^2}\cos^2(3x+1)$.

В.6. 1. $y = \sin^3 5x \cdot {}^5 3x$;

2. $y = x^3 + y^3 + 3xy$;

3. $y = \dfrac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \ln\sqrt{1-x^2}$;

4. $y = \sqrt[3]{1-x^3}$.

В.7. 1. $y=x\mathrm{arctg}^3 5x+\ln \mathrm{tg}x$;

2. $y=(\sin 3x)^{\sqrt{x}}$;

3. $y=\sqrt[5]{x+x\sqrt[3]{x}}$;

4. $x^2y-y^2x+(x-y)^2=0$.

В.8. 1. $y=\mathrm{tg}^3x\,\mathrm{tg}3x$;

2. $y=(\arcsin x)^{\ln x}$;

3. $y=\sqrt[3]{\dfrac{1+\sin 3x}{3+2\sin 2x}}$;

4. $(y^2-x^2)^3-x^2y-y-x=0$.

В.9. 1. $y=e^{-x^2}\cos^3(2x-3)$;

2. $y=\ln\left(x^2+\sqrt{x^2+1}\right)$;

3. $x+y+\mathrm{arctg}3x+\arcsin 2y=0$;

4. $y=\dfrac{\sqrt{1+3x^2}}{2+3x^2}$.

В.10. 1. $y=x\arcsin 2x+\mathrm{arctg}^3 3x$;

2. $y=(\mathrm{tg}x)^{\mathrm{ctg}x}$;

3. $y\ln x-x\ln y=\ln xy$;

4. $y=\dfrac{\sqrt{1+\cos^3 x}}{1+\sin 3x}$.

В.11. 1. $y=\dfrac{x\ln x}{1-x^2}$;

2. $y=\ln\left(3x^2+\sqrt{9x^4+1}\right)$;

3. $y=\mathrm{arctg}\dfrac{2x^4}{1-x^8}$;

4. $y=x^{\arcsin\sqrt{x}}$.

В.12. 1. $y=\ln\sqrt{\dfrac{1+\sin x}{1-\sin x}}$;

2. $y=\arcsin\dfrac{\sin x}{\sqrt{1+\sin^2 x}}$;

3. $y=2x^{\sqrt{x}}$;

4. $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=1$.

В.13. 1. $y=\sqrt{\dfrac{x+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}}$;

2. $y=\mathrm{tg}^3 6x-e^{\frac{1}{x}}$;

3. $y=e^{-\cos^4 5x}$;

4. $\sqrt{\dfrac{y}{3}}+\sqrt{\dfrac{x}{3}}=1$.

В.14. 1. $y=x\sqrt[3]{\dfrac{1+x}{1-x}}$;

2. $y=x\arcsin\dfrac{2x+1}{3}$;

3. $y=(\sin 3x)^x$;

4. $x^3+y^3+3xy=0$.

В.15. 1. $y=\sin^3 5x\,\cos^5 3x$;

2. $y=\left(\dfrac{2}{27x}-\dfrac{1}{9x^2}\right)\sqrt{3x+x^2}$.

III. Пользуясь понятием дифференциала, найти приближенное значение функции в указанной точке:

В.1. $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+10}}$, $x=2,9$;

В.2. $f(x)=\mathrm{arctg}x$, $x=1,05$;

В.3. $f(x)=\ln(1+x)$, $x=0,01$;

В.4. $f(x)=\sqrt[5]{32-x}$, $x=1$;

В.5. $(x)=\sqrt[4]{16-x}$, $x=0,2$;

В.6. $f(x)=\mathrm{tg}\,x$, $x=45°4'$;

В.7. $f(x)=\sin x$, $x=60°3'$;

В.8. $f(x)=\sqrt[5]{\dfrac{2-x}{2+x}}$, $x=0,02$;

В.9. $f(x)=\sqrt{\dfrac{4-x}{1+x}}$, $x=3,02$;

В.10. $f(x)=\sqrt{9-x}$, $x=0,24$;

В.11. $f(x)=\sin x$, $x=60°12'$;

В.12. $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$, $x=0,2$;

В.13. $f(x)=(x-3)^2(x-2)^3(x-4)$, $x=4,001$;

В.14. $f(x)=\arcsin x$, $x=0,54$;

В.15. $f(x)=\lg\dfrac{1+x}{1-x}$, $x=\dfrac{10}{12}$;

IV. Разные задачи:

В.1. Доказать, что уравнение $x^5+x^4+x^2+10x-5=0$ имеет только один положительный корень, лежащий в интервале $\left(0,\ \frac{1}{2}\right)$.

В.2. Доказать неравенство: $\sin x > x-\dfrac{x^3}{6}$ при $x>0$.

В.3. Показать, что уравнение $x^3-3x+c=0$ не может иметь двух различных вещественных корней в интервале $(0,\ 2)$.

В.4. В формуле Лагранжа $f(b)-f(a)=f'(c)\cdot(b-a)$ найти точку для функции $f(x)=4x^2-5x+1$ на отрезке $[0,\ 2]$.

В.5. Доказать, что уравнение $x^3-3x^2+6x+1=0$ имеет единственный действительный корень. Установите интервал, в котором содержится этот корень.

В.6. Доказать неравенство: $\arcsin x > x+\dfrac{x^3}{6}$ при $0<x<1$.

В.7. Доказать неравенство: $\ln(1+x) > x-\dfrac{x^2}{2}$ при $x>0$.

В.8. Доказать неравенство: $\ln(1+x) > \dfrac{\mathrm{arctg} x}{1+x}$ при $x>0$.

В.9. Доказать, что единственный положительный корень уравнения x^2+px+q, где $p>0$, $q>0$ содержится в интервале $\left(0,\ \frac{1}{2}\right)$.

В.10. Доказать неравенство: $\cos x > 1-\frac{1}{2}x^2$ при $x>0$.

В.11. Запишите уравнение касательной к графику функции $f(x)=\dfrac{x}{4+x^2}$ параллельной прямой $4y=x-1$.

В.12. Запишите уравнение касательной к графику функции $f(x)=(x-1)^2(x-3)^2$ параллельной прямой $y=5-12x$.

В.13. Под каким углом к оси абсцисс наклонена касательная к графику функции $f(x)=0,5x^2+x-1,5$ в точке его с абсциссой $x_0=2$. Напишите уравнение касательной и выполните рисунок к задаче.

В.14. Найдите скорость точки, движущейся прямолинейно по закону $S(t)=2t^3+4\sin\dfrac{\pi t}{2}$ в момент времени $t=1$, если путь S измеряется в сантиметрах.

В.15. Доказать, что касательная к параболе $y=-x^2+2x-3$ в точке $x=1$ наклонена к оси абсцисс под углом 0°.

V. Пользуясь правилом Лопиталя, найти:

B.1. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\mathrm{ctg}x\ln(x+e^x)$;

2. $\lim\limits_{x\to\infty}(e^x-x^2)$;

3. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{a^x-x^a}{x-a}$;

4. $\lim\limits_{x\to 0+0}(\ln(x+1))^{\frac{1}{x}}$.

B.2. 1. $\lim\limits_{x\to+\infty}x^\alpha e^{-x}$;

2. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\mathrm{tg}x)^{\sin 2x}$;

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{tg}2x-\ln(1+2x)}{x^2}$;

4. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{\mathrm{ctg}x}{x}\right)$.

B.3. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{\mathrm{tg}x}-e^x}{\mathrm{tg}x-x}$;

2. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{1}{\ln x}\right)$;

3. $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\mathrm{ctg}^2 x}$;

4. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\pi x}{2}\ln(1-x)$.

B.4. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-3x-1}{\sin^2 5x}$;

2. $\lim\limits_{x\to 0}x\,\mathrm{ctg}\pi x$;

3. $\lim\limits_{x\to 0}(x+e^x)^{\frac{1}{x}}$;

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\right)$.

B.5. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\arcsin x\,\mathrm{ctg}x$;

2. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\mathrm{tg}\dfrac{\pi}{2}x}{\ln(1-x)}$;

3. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x^2}-\mathrm{ctg}^2 x\right)$;

4. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\pi-2x)^{\cos x}$.

B.6. 1. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln\left(1+x^2\right)}{\ln\left(\dfrac{\pi}{2}-\mathrm{arctg}x\right)}$;

2. $\lim\limits_{x\to+\infty}(\ln x-\sqrt{x})$;

3. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\pi-2x)\,\mathrm{tg}x$;

4. $\lim\limits_{x\to 0+0}x^\alpha\ln x,\ \alpha>0$;

B.7. 1. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-x^2\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\right)$;

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e-(1+x)^{\frac{1}{2}}}{x}$;

3. $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+2^x)^{\frac{1}{x}}$;

4. $\lim\limits_{x\to 0}x^{\frac{1}{\ln(1+e^x)}}$.

B.8. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x-x\cos x}{\sin^3 x}$;

2. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\mathrm{tg}x-\dfrac{1}{1-\sin x}\right)$;

3. $\lim\limits_{x\to 1}\ln x\ln(1-x)$;

4. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2}{\pi}\,\mathrm{arctg}\,x\right)^x$;

B.9. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x(1+x)}-\dfrac{\ln(1+x)}{x^2}\right)$;

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{\ln(1+x)}$;

3. $\lim\limits_{x\to+\infty}(\pi-\mathrm{arctg}x)\ln x$;

4. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\mathrm{tg}x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$.

B.10. 1. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\ln\left(x^3-3\right)}{x^2+3x-10}$;

2. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+2\ln x}{x}$;

3. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\dfrac{x}{\mathrm{ctg}x}-\dfrac{\pi}{2\cos x}\right)$;

4. $\lim\limits_{x\to 0+0}\left(\dfrac{1}{x}\right)^{\mathrm{tg}x}$.

В.11. 1. $\lim\limits_{x\to+\infty} x^n e^{-x}$;

3. $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{\ln\left(x^2-8\right)}{x^2-4x+3}$;

2. $\lim\limits_{x\to0}\left(e^x+x\right)^{\frac{1}{x}}$;

4. $\lim\limits_{x\to\infty} x\cdot\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)$.

В.12. 1. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{a^x-b^x}{x\sqrt{1-x^2}}$;

3. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+3^x\right)^{\frac{1}{x}}$;

2. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\ln\left(x^2-2x+2\right)}{x^2-3x+2}$;

4. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{a\sqrt{x}}-1}{\sqrt{\sin bx}}$.

В.13. 1. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{\sin x}-e^x}{\sin x-x}$;

3. $\lim\limits_{x\to0+0}\left(\ln\left(x^2+e\right)\right)^{\frac{1}{x^2}}$;

2. $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{\ln\left(x^2-3\right)}{x^2+x-2}$;

4. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{e^x-1}$.

В.14. 1. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{x^2}-1}{\cos x-1}$;

3. $\lim\limits_{x\to\infty} x\sin\dfrac{a}{x}$;

2. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{x^3}-1-x^3}{\sin^6 2x}$;

4. $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{x}{\ln x}\right)$.

В.15. 1. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{(a+x)\,(b+x)\,(c+x)}-x\right)$;

3. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln x}{\ln\sin x}$;

2. $\lim\limits_{x\to0}\left(\mathrm{ctg}x-\dfrac{1}{x}\right)$;

4. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\mathrm{tg}x\right)^{2x-\pi}$.

VI. Задача на нахождение наименьшего и наибольшего значения функции

В.1. Определить наибольшую площадь равнобедренного треугольника, вписанного в круг радиуса R.

В.2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=e^{\frac{(x-1)^2}{2}}$ на отрезке $[-2,\ 1]$.

В.3. Требуется изготовить закрытый цилиндрический бак емкостью V. При каком радиусе основания на изготовление бака уйдет наименьшее количество материала?

В.4. Найдите отношение высоты к радиусу основания конуса, который при заданном объеме имеет наименьшую боковую поверхность.

В.5. Требуется изготовить коническую воронку с образующей ℓ. Каков должен быть радиус основания воронки, чтобы ее объем был наибольшим?

В.6. В полушар радиуса R вписан конус так, что вершина конуса лежит в центре полушара. При каком радиусе основания этот конус будет иметь наибольший объем?

В.7. Число 24 представьте в виде суммы трех положительных слагаемых так, чтобы одно слагаемое было в три раза больше другого, а произведение всех трех слагаемых было наибольшим.

В.8. В эллипс $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ вписать прямоугольник наибольшей площади со сторонами, параллельными осям эллипса.

В.9. Найти высоту цилиндра наибольшего объема, который можно вписать в шар радиуса R.

В.10. Из всех прямоугольников, имеющих периметр 2, найти тот, площадь которого наибольшая.

В.11. Из данного круга вырезать такой сектор, чтобы свернув его получить конус наибольшего объема.

В.12. Найти наибольший объем конуса, имеющего данную образующую ℓ.

В.13. В конус с радиусом основания r и высотой h вписать цилиндр наибольшего объема.

В.14. На какой высоте над центром круглого стола радиуса R следует повесить электрическую лампочку, чтобы освещение края стола было наибольшим? (Освещенность выражается формулой $I=c\dfrac{\cos\varphi}{r^2}$, где φ – угол падения луча, r – расстояние от источника света, c – постоянная.)

В.15. Через какую точку эллипса $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ следует провести касательную, чтобы площадь треугольника, составленного этой касательной и осями координат, была наименьшей?

VII. Провести полное исследование и построить график функции:

В.1. $y=\ln\left(x^2+4x\right);$

В.2. $y=\dfrac{x^4}{x^3-1};$

В.3. $y=x^2-2\ln x;$

В.4. $y=\ln\left(x^2-4x+8\right);$

В.5. $y=\dfrac{e^x}{e^x-1};$

В.6. $y=\dfrac{2x^2}{4x^2-1};$

В.7. $y=x^2\,e^{-x};$

В.8. $y=x-\sqrt[3]{x^2};$

В.9. $y=\dfrac{x^2-x-1}{x^2-2x};$

В.10. $y=\dfrac{4x^3}{x^2-1};$

В.11. $y=2x\ln x;$

В.12. $y=e^{2x-x^2};$

В.13. $y=\dfrac{x-1}{x^2-2x};$

В.14. $y=e^{\frac{1}{3-x}};$

В.15. $y=\dfrac{2-4x^2}{1-4x^2}.$

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания индивидуальной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов;	"Отлично"
- все задания индивидуальной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решено не менее 65% всех заданий индивидуальной работы; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий;	"Удовлетворительно"
- решено менее 65% заданий работы; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	Неудовлетворительно.

Оценочное средство

Коллоквиум №1

Определения

Принадлежность элемента множеству, равные множества, пустое множество, подмножество, объединение множеств, пересечение множеств, непересекающиеся множества, разность множеств, пара элементов, упорядоченная пара элементов, произведение множеств, функция, множество определения функции, множество значения функции, график функции, аргумент, зависимая переменная, образ элемента, прообраз элемента, инъективное отображение, сюръективное отображение, биективное отображение, взаимно однозначное отображение, образ подмножества, прообраз подмножества, сужение функции, константа, однозначная функция, многозначная функция, суперпозиция функций, обратная функция.

Аксиомы Пеано (1-4), множество натуральных чисел, операция сложения в множестве N, операция вычитания в множестве N, определение множества N0, конечное множество, бесконечное множество, последовательность, рациональное число, коммутативный закон сложения и умножения, ассоциативный закон сложения и умножения, существование нейтрального элемента по сложению и умножению, существование обратного элемента по сложению и умножению, дистрибутивный закон, свойство упорядоченности, множество действительных чисел. Сечение в R. Расширенная числовая прямая. Отрезок (с примером). Интервал (с примером). Полуинтервал (с примером). Внутренность отрезка. Длина отрезка. Бесконечный интервал. Окрестность конечной и бесконечной точки (с примером). Множество ограниченное сверху (с примером), снизу (с примером), ограниченное (с примером). Множество неограниченное снизу (с примером), сверху (с примером). Верхняя грань множества (с примером), нижняя грань множества (с примером). Система вложенных отрезков (с примером). Равномощные множества (с примером). Счетное множество (с примерами). Несчетное множество (с примером).

Утверждения и теоремы

1. Свойства сложения и умножения (1-22).
2. Свойства упорядоченности (1-8).
3. Свойства модуля.
4. Лемма: окрестности двух различных точек не пересекаются.
2. Теорема: всякое ограниченное сверху (снизу) множество имеет точную верхнюю (нижнюю) грань.
3. Свойства верхних и нижних граней.
4. Принцип Архимеда.
5. Следствие принципа Архимеда. (без доказательства)
6. Принцип вложенных отрезков.
7. Лемма о счетном подмножестве бесконечного множества.
8. Лемма о счетности бесконечного подмножества счетного множества.
9. Счетность множества целых чисел (с доказательством).
10 Счетность множества рациональных чисел (с доказательством).
11. Несчетность множества действительных чисел (с доказательством).
12. Теорема об объединении счетного количества счетных или конечных множеств (с доказательством).

13. Теорема о счетности всех конечных подмножеств счетного множества (с доказательством)
14. Счетность множества алгебраических чисел (с доказательством)
15. Несчетность множества всех подмножеств счетного множества.
16. Теорема о верхнем и нижнем десятичном приближении.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
Студент может ответить на не менее, чем 80% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, не используя лекционную тетрадь.	"Отлично"
Студент может ответить на не менее, чем 70% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, используя лекционную тетрадь.	"Хорошо"
Студент может ответить на не менее, чем 60% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем.	"Удовлетворительно"
Студент может ответить на менее, чем 60% вопросов коллоквиума.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Коллоквиум №2

Предел числовой последовательности (определение через окрестности). Предел числовой последовательности (по Коши). Сходящаяся последовательность (с примером). Бесконечно большая последовательность (с примером). Точка, не являющаяся пределом последовательности. Расходящаяся последовательность (с примером). Подпоследовательность (с примером). Ограниченная сверху (с примером), снизу (с примером) последовательность. Ограниченная последовательность (с примером). Неограниченная последовательность (с примером). Монотонная последовательность (с примером). Число e. Частичный предел. Фундаментальная последовательность. Сумма, разность и произведение последовательностей. Бесконечно малая последовательность (с примером). Нижнее и верхнее десятичное приближение (с примером). Верхний и нижний частичный пределы последовательности.

Утверждения и теоремы

1. Теорема о единственности предела числовой последовательности (с доказательством).
2. Переход к пределу в неравенствах (I-III).
3. Лемма: подпоследовательность имеет то же предел, то и последовательность.
4. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности.
5. Теорема Вейерштрасса (с доказательством).
6. Теорема Больцано-Вейерштрасса (с доказательством).
7. Критерий Коши сходимости последовательности (с доказательством).
8. Свойства бесконечно малых последовательностей (1-2, с доказательством).
9. Теорема о представлении сходящейся последовательности в виде суммы предела и бесконечно малой.
10. Свойства пределов, связанные с арифметическими действиями (1-4, с доказательством).
12. Теорема о существовании наибольшего и наименьшего частичного предела последовательности.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
Студент может ответить на не менее, чем 80% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, не используя лекционную тетрадь.	"Отлично"
Студент может ответить на не менее, чем 70% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, используя лекционную тетрадь.	"Хорошо"
Студент может ответить на не менее, чем 60% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем.	"Удовлетворительно"
Студент может ответить на менее, чем 60% вопросов коллоквиума.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Коллоквиум №3

Точка прикосновения, непрерывная в точке функция (пример), изолированная точка, предельная точка, непрерывная в точке по множеству функция, определение предела функции по Коши, предел функции справа (пример), предел функции слева (пример), непрерывная слева функция, непрерывная справа функция. Бесконечно малая функция, бесконечно большая функция, точка разрыва функции (пример), точка разрыва первого рода (пример), точка устранимого разрыва (пример), точка разрыва второго рода (пример), возрастающая функция (пример), убывающая функция (пример), монотонная функция (пример), непрерывная на множестве функция, строго возрастающая (убывающая) функция, равномерно непрерывная функция (пример), колебание функции, модуль непрерывности функции.

Утверждения и теоремы

1. Свойства пределов функций (1-6, любые два с доказательством).
2. Необходимое и достаточное условие существования предела функции через представление в виде суммы постоянной и бесконечно малой функции (с доказательством).
3. Теорема о сумме и произведении бесконечно малых функций (с доказательством).
4. Лемма о связи бесконечно малых и бесконечно больших функций (с доказательством).
5. Необходимое и достаточное условие непрерывности функции (с доказательством).
6. Теорема об односторонних пределах возрастающей функции (с доказательством).
7. Критерий Коши существования предела функции (с доказательством)
8. Теорема о пределе сложной функции (с доказательством).
9. Теорема Вейерштрасса об ограниченности непрерывной на отрезке функции (с доказательством).
10. Теорема Больцано-Коши (с доказательством).
11. Необходимое и достаточное условие существование предела функции (с доказательством).
12. Непрерывность функции в изолированной точке (с доказательством).
13. Эквивалентность определений предела функции по Коши и по Гейне (с доказательством).
14. Предел функции по объединению множеств (с доказательством)
15. Необходимое и достаточное условие существование предела функции через односторонние пределы (с доказательством).
16. Теоремы об обратной функции (1-3, любая с доказательством).
17. Теорема Кантора о равномерно непрерывной функции (с доказательством).

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
Студент может ответить на не менее, чем 80% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, не используя лекционную тетрадь.	"Отлично"
Студент может ответить на не менее, чем 70% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, используя лекционную тетрадь.	"Хорошо"
Студент может ответить на не менее, чем 60% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем.	"Удовлетворительно"
Студент может ответить на менее, чем 60% вопросов коллоквиума.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Контрольная работа №1

Вариант 1 (Контрольная работа 1)

1. Даны множества A, B, C. Определить множества $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cap B \cap C$, $A \setminus C$, $C \setminus A$, $A \triangle B$, если

   1) $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{0, 1, 3\}$, $C = \{0, 1, 3, 4\}$.

   2)$A = [-1, 2]$, $B = (0, 4)$, $C = (-2, 2]$.

2. Найти всевозможные подмножества множества $A = \{0, 1, -1, 2, -2\}$.

3. Изобразить на числовой прямой множество $A = \{x : 1 < |x| < 5\}$.

4. Дано множество $A = [-4, 4) \cup (4, 6) \cup \{8\}$. Указать все его точки прикосновения, внутренние точки, граничные точки, предельные точки, изолированные точки

5. Найдите точные грани (sup, inf)следующих множеств:

   1 $\{x \in X : \ -1 < x < 1\}$;

   2. $[0,\ 1]$;

   3. $\{0,\ 1\}$;

   4. $[0,\ 1)$;

   5. $[0,\ 1] \cup [3,\ 5]$;

   6. $\left\{\frac{n^4}{2n^4+1}, n \in N\right\}$.

6. Установить взаимно однозначное соответствие между отрезками $[6,\ 8]$ и $[2,\ 8]$.

7. Найти взаимно однозначное отображение числовой прямой на интервал $(a,\ b)$.

Вариант 2 (Контрольная работа 1)

1. Даны множества $A,\ B,\ C$. Определить множества $A\cup B,\ A\cap B,\ A\cap B\cap C,\ A\setminus C,\ C\setminus A,\ A\triangle B$, если

   1)$A=\{1,2\},\ B=\{3,4\},\ C=\{5,6,3\}$

   2)$A=(1,2],\ B=(3,4),\ C=[-2,3]$.

2. Найти всевозможные подмножества множества $A=\{-3,0,1,7\}$.
3. Изобразить на числовой прямой множество $A=\{x:-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}\}$.
4. Дано множество $A=[1,4)\cup(2,4)\cup\{5\}$. Указать все его точки прикосновения, внутренние точки, граничные точки, предельные точки, изолированные точки
5. Найдите точные грани (sup, inf)следующих множеств:

1 $\{x\in X:\ -1<x^2<1\}$;	3. $\{0,\ 3\}$;	5. $[0,\ 1]\cup[3,\ 5]$;
2. $[-4,\ 1]$;	4. $[-3,\ 1)$;	6. $X=\left\{\frac{1}{2n+1},n\in N\right\}$;

6. Установить взаимно однозначное соответствие между отрезками $[0,\ 8]$ и $[2,\ 8]$.
7. Найти взаимно однозначное соответствие между промежутком $[0,\ 1)$ и лучом $[0,+\infty)$.

Вариант 3 (Контрольная работа 1)

1. Даны множества $A,\ B,\ C$. Определить множества $A\cup B,\ A\cap B,\ A\cap B\cap C,\ A\setminus C,\ C\setminus A,\ A\triangle B$, если

   1)$A=\{0,-2\},\ B=\{3,4\},\ C=\{0,3\}$

   2)$A=(-1,2),\ B=(3,4],\ C=[-2,3]$.

2. Найти всевозможные подмножества множества $A=\{-3,0,-1,2\}$.
3. Изобразить на числовой прямой множество $A=\{x:x^2<\sqrt{2}\}$.
4. Дано множество $A=[-1,4)\cup(4,5)\cup\{7\}$. Указать все его точки прикосновения, внутренние точки, граничные точки, предельные точки, изолированные точки
5. Найдите точные грани (sup, inf)следующих множеств:

1 $\{x\in X:\ x^2<4\}$;	3. $\{-5,\ 3\}$;	5. $[0,\ 1]\cup[3,\ 5]$;
2. $[-4,\ 5]$;	4. $[-3,\ 1)$;	6. $\left\{\frac{2n-1}{3n+2},n\in N\right\}$;

6. Установить взаимно однозначное соответствие между отрезками $[-8,\ 8]$ и $[0,\ 8]$.
7. Построить взаимно однозначное отображение отрезка $[0,\ 1]$ на интервал $(0,\ 1)$.

Вариант 4 (Контрольная работа 1)

1. Даны множества $A,\ B,\ C$. Определить множества $A \cup B,\ A \cap B,\ A \cap B \cap C,\ A \setminus C,\ C \setminus A,\ A \triangle B$, если

   1)$A = \{1, 2\},\ B = \{3\},\ C = \{0, 3\}$

   2)$A = (-2, 6],\ B = \{3\},\ C = [-2, 3]$.

2. Найти всевозможные подмножества множества $A = \{0, 1, -1\}$.

3. Изобразить на числовой прямой множество $A = \{x :\ |x| \leq 3\}$.

4. Дано множество $A = [-1, 1) \cup (4, 5) \cup \{7\}$. Указать все его точки прикосновения, внутренние точки, граничные точки, предельные точки, изолированные точки

5. Найдите точные грани (sup, inf)следующих множеств:

1 $\{x \in X :\ x^2 > 4\}$;	3. $\{-5,\ 3\}$;	5. $[0,\ 1] \cup [2,\ 5]$;
2. $[4,\ 5]$;	4. $[-3,\ 1)$;	6. $\left\{\frac{n^2}{n^2+1}, n \in N\right\}$;

6. Установить взаимно однозначное соответствие между отрезками $[-8,\ 8]$ и $[0,\ 8]$.

7. Построить взаимно однозначное отображение отрезка $[0, 1]$ на всю числовую прямую.

Вариант 5 (Контрольная работа 1)

1. Даны множества $A,\ B,\ C$. Определить множества $A \cup B,\ A \cap B,\ A \cap B \cap C,\ A \setminus C,\ C \setminus A,\ A \triangle B$, если

   1)$A = \{2\},\ B = \{2, 5\},\ C = \{5, 6, 2\}$

   2)$A = (-4, 2],\ B = (0, 4),\ C = \{-2\}$.

2. Найти всевозможные подмножества множества $A = \{0, 1, -4\}$.

3. Изобразить на числовой прямой множество $A = \{x :\ 1 < |x| < 2\}$.

4. Дано множество $A = [-1, 1) \cup (1, 5) \cup \{8\}$. Указать все его точки прикосновения, внутренние точки, граничные точки, предельные точки, изолированные точки

5. Найдите точные грани (sup, inf)следующих множеств:

1 $\{x \in X :\ x > 4\}$;	3. $\{5,\ 13\}$;	5. $[0,\ 1] \cup [2,\ 5]$;
2. $[-6,\ 5]$;	4. $[-3,\ 1)$;	6. $\left\{\frac{n}{n+4}, n \in N\right\}$;

6. Установить взаимно однозначное соответствие между отрезками $[-2,\ 2]$ и $[0,\ 6]$.

7. Найти взаимно однозначное соответствие между отрезком $[0,\ 1]$ и лучом $[0,\ +\infty)$.

Вариант 6 (Контрольная работа 1)

1. Даны множества $A,\ B,\ C$. Определить множества $A\cup B,\ A\cap B,\ A\cap B\cap C,\ A\setminus C,\ C\setminus A,\ A\triangle B$, если

   1)$A=\{0,1\},\ B=\{3,4\},\ C=\{2,0\}$

   2)$A=\{1\},\ B=(3,4),\ C=[2,3]$.

2. Найти всевозможные подмножества множества $A=\{3,0,1,-2\}$.

3. Изобразить на числовой прямой множество $A=\{x: -3<x-1<3\}$.

4. Дано множество $A=[-6,6)\cup(6,7)\cup\{8\}$. Указать все его точки прикосновения, внутренние точки, граничные точки, предельные точки, изолированные точки

5. Найдите точные грани (sup, inf)следующих множеств:

   1 $\{x\in X:\ x^2=4\}$; 3. $\{0,\ 7\}$; 5. $[0,\ 1]\cup[2,\ 5]$;

   2. $[-3,\ 5]$; 4. $[-3,\ 1)$; 6. $\left\{\frac{n^4}{2n^4+1}, n\in N\right\}$;

6. Установить взаимно однозначное соответствие между отрезками $[-3,\ 3]$ и $[0,\ 3]$.

   Установить взаимно однозначное соответствие между лучом $[0,\ +\infty)$ и интервалом $(a,\ b)$.

Вариант 7 (Контрольная работа 1)

1. Даны множества $A,\ B,\ C$. Определить множества $A\cup B,\ A\cap B,\ A\cap B\cap C,\ A\setminus C,\ C\setminus A,\ A\triangle B$, если

   1)$A=\{2,3\},\ B=\{3,2\},\ C=\{0\}$

   2)$A=(1,2],\ B=(-1,4),\ C=[-2,3]$.

2. Найти всевозможные подмножества множества $A=\{0,1,-4\}$.

3. Изобразить на числовой прямой множество $A=\{x:\ |x|\geq 2\}$.

4. Дано множество $A=[-1,4)\cup(5,6)\cup\{8\}$. Указать все его точки прикосновения, внутренние точки, граничные точки, предельные точки, изолированные точки

5. Найдите точные грани (sup, inf)следующих множеств:

   1 $\{x\in X:\ |x-3|=4\}$; 3. $\{-7,\ 7\}$; 5. $[0,\ 1]\cup[2,\ 5]$;

   2. $[3,\ 5]$; 4. $[-3,\ 1)$; 6. $\left\{\frac{n}{n+3}, n\in N\right\}$;

6. Установить взаимно однозначное соответствие между отрезками $[-3,\ 0]$ и $[0,\ 3]$.

7. Отобразить взаимно однозначно луч $[0,\ +\infty)$ на всю числовую прямую.

Вариант 8 (Контрольная работа 1)

1. Даны множества $A,\ B,\ C$. Определить множества $A \cup B,\ A \cap B,\ A \cap B \cap C,\ A \setminus C,\ C \setminus A,\ A \triangle B$, если

   1)$A = \{1, 2\},\ B = \{3, 4\},\ C = \{1, 4\}$

   2)$A = (1, 7],\ B = (-3, 4),\ C = [-2, 6]$.

2. Найти всевозможные подмножества множества $A = \{1, 0, -1\}$.
3. Изобразить на числовой прямой множество $A = \{x : -\sqrt{2} < x < \sqrt{2},\ x > 0\}$.
4. Дано множество $A = [-1, 0) \cup (0, 1) \cup \{2\}$. Указать все его точки прикосновения, внутренние точки, граничные точки, предельные точки, изолированные точки
5. Найдите точные грани (sup, inf)следующих множеств:

1 $\{x \in X : \ \lvert x - 3\rvert < 5\}$;	3. $\{6,\ 7\}$;	5. $[0,\ 1] \cup [2,\ 5]$;
2. $[2,\ 5]$;	4. $[-3,\ 1)$;	6. $\left\{\frac{2n}{n+3}, n \in N\right\}$;

6. Установить взаимно однозначное соответствие между отрезками $[0,\ 4]$ и $[0,\ 8]$.
7. Построить взаимно однозначное отображение окружности единичного радиуса на отрезок $[0,\ 1]$.

Вариант 9 (Контрольная работа 1)

1. Даны множества $A,\ B,\ C$. Определить множества $A \cup B,\ A \cap B,\ A \cap B \cap C,\ A \setminus C,\ C \setminus A,\ A \triangle B$, если

   1)$A = \{1, 2\},\ B = \{3, 4\},\ C = \{5, 6, 3\}$

   2)$A = (-4, 2],\ B = \{0\},\ C = [-2, 3]$.

2. Найти всевозможные подмножества множества $A = \{-3, 0, 1, 7\}$.
3. Изобразить на числовой прямой множество $A = \{x : 2 < x^2 < 6\}$.
4. Дано множество $A = [-1, 3) \cup (3, 4) \cup \{5\}$. Указать все его точки прикосновения, внутренние точки, граничные точки, предельные точки, изолированные точки
5. Найдите точные грани (sup, inf)следующих множеств:

1 $\{x \in X : \ \lvert x + 3\rvert < 2\}$;	3. $\{0,\ 7\}$;	5. $[0,\ 1] \cup [2,\ 5]$;
2. $[2,\ 5]$;	4. $[-3,\ 1)$;	6. $\left\{\frac{2n}{2n-1}, n \in N\right\}$;

6. Установить взаимно однозначное соответствие между отрезками $[-4,\ 4]$ и $[0,\ 4]$.
7. Установить взаимно однозначное соответствие между открытым единичным кругом и замкнутым единичным кругом.

Вариант 10 (Контрольная работа 1)

1. Даны множества A, B, C. Определить множества $A\cup B$, $A\cap B$, $A\cap B\cap C$, $A\setminus C$, $C\setminus A$, $A\bigtriangleup B$, если

   1)$A=\{1,2\},\ B=\{2,4\},\ C=\{4,6,3\}$

   2)$A=(1,2],\ B=(0,4),\ C=[-2,3]$.

2. Найти всевозможные подмножества множества $A=\{-3,0,1,7\}$.

3. Изобразить на числовой прямой множество $A=\{x:-\sqrt{2}<x+1<\sqrt{2}\}$.

4. Дано множество $A=[-5,5)\cup(5,10)\cup\{100\}$. Указать все его точки прикосновения, внутренние точки, граничные точки, предельные точки, изолированные точки

5. Найдите точные грани (sup, inf)следующих множеств:

   1 $\{x\in X:\ |x-6|=1\}$; 3. $\{0,\ 7\}$; 5. $[0,\ 1]\cup[4,\ 5]$;

   2. $[4,\ 5]$; 4. $[3,\ 8)$; 6. $\left\{\frac{2n}{3n-1}, n\in N\right\}$;

6. Установить взаимно однозначное соответствие между отрезками $[-2,\ 4]$ и $[2,\ 4]$.

7. Установить взаимно однозначное соответствие между окружностью и прямой.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания контрольной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов.	"Отлично"
- все задания контрольной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решены не менее 60% всех задач в контрольной работе; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий.	"Удовлетворительно"
- количество верно решенных задач – менее 60%; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Контрольная работа №2 Часть 1

Вариант 1 (Контрольная работа 2. Часть 1)

1. Выписать первые пять элементов последовательности:
a) $a_n = n^2 - 3$;
b) $b_n = \dfrac{n+2}{n^3-1}$.
2. Используя определение последовательности по Коши, доказать, что число $\dfrac{1}{4}$ является пределом последовательности $f_n = \dfrac{n-1}{4n+3}$; вычислить номер, начиная с которого элементы последовательности будут отличаться от значения предела меньше, чем на $\varepsilon = 0,01$;
3. Доказать, что:
a) последовательность $b_n = \dfrac{3}{n^4}$ - бесконечно малая;
b) последовательность $f_n = (n-2)^2$ - бесконечно большая.
4. Привести пример последовательности, пределом которой является число $\dfrac{1}{4}$.
5. Вычислить предел последовательности x_n:
a) $x_n = \dfrac{2n^3+4n^2}{3n^3-n}$;
b) $x_n = \sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2-n}$;
c) $x_n = \left(\dfrac{5n+1}{n+1}\right)^{1/n}$;
d) $x_n = \left(\dfrac{2}{2\cdot 3} + \dfrac{2}{3\cdot 4} + ... + \dfrac{2}{(n+1)(n+2)}\right)$.

Вариант 2 (Контрольная работа 2. Часть 1)

1. Выписать первые пять элементов последовательности:
a) $g_n = 2^n - n$;
b) $h_n = 8 - \dfrac{5}{n}$.

2. Используя определение последовательности по Коши, доказать, что число $\dfrac{3}{5}$ является пределом последовательности $c_n = \dfrac{3n+4}{5n-7}$; вычислить номер, начиная с которого элементы последовательности будут отличаться от значения предела меньше, чем на $\varepsilon = 0,05$.

3. Доказать, что:
a) последовательность $r_n = 2 + (-1)^n$ расходится;
b) последовательность $t_n = \dfrac{n^3}{5^n}$ - бесконечно малая.

4. Привести пример последовательности, пределом которой является число $\dfrac{4}{5}$.

5. Вычислить предел последовательности x_n:
a) $x_n = \dfrac{3n^2+4n+3}{2-n^2}$;
b) $x_n = \sqrt{n^2-1} - n - 1$;
c) $x_n = \left(\dfrac{2n+5}{n+1}\right)^{1/n}$;
d) $x_n = \left(\dfrac{1}{3\cdot 4} + \dfrac{1}{4\cdot 5} + ... + \dfrac{1}{(n+2)(n+3)}\right)$.

Вариант 3 (Контрольная работа 2. Часть 1)

1. Выписать первые пять элементов последовательности:
a) $a_n = n^2 + 2n - 3$;
b) $b_n = \dfrac{1-4n}{2-n}$.

2. Используя определение последовательности по Коши, доказать, что число $\dfrac{5}{3}$ является пределом последовательности $q_n = \dfrac{5n}{3n-6}$; вычислить номер, начиная с которого элементы последовательности будут отличаться от значения предела меньше, чем на $\varepsilon = 0,02$.

3. Доказать:
a) Последовательность $\dfrac{n-4}{n^3-6}$ - бесконечно малая;
b) Последовательность $\dfrac{n^2}{n+1}$ - бесконечно большая.

4. Привести пример последовательности, пределом которой является число $\dfrac{8}{3}$.

5. Вычислить предел последовательности x_n:
a) $x_n = \dfrac{3n^2-2n+3}{n-5n^2}$;
b) $x_n = \dfrac{1}{n(\sqrt{n^2-1}-n)}$;
c) $x_n = \left(\dfrac{n+2}{n-1}\right)^{2/n}$;
d) $x_n = \left(\dfrac{1}{1\cdot 4} + \dfrac{1}{2\cdot 5} + ... + \dfrac{1}{n(n+3)}\right)$.

Вариант 4 (Контрольная работа 2. Часть 1)

1. Выписать первые пять элементов последовательности:
a) $v_n = \dfrac{2n-5}{3n+1}$;
b) $j_n = n + (-1)^n$.

2. Используя определение последовательности по Коши, доказать, что число $-\dfrac{1}{2}$ является пределом последовательности $h_n = \dfrac{n+5}{3-2n}$; вычислить номер, начиная с которого элементы последовательности будут отличаться от значения предела меньше, чем на $\varepsilon = 0,009$.

3. Доказать:
a) Последовательность $f_n = \sqrt{n+1}$ - бесконечно большая;
b) Последовательность $y_n = \dfrac{(-1)^n}{n+1}$ расходится.

4. Привести пример последовательности, пределом которой является $\dfrac{7}{2}$.

5. Вычислить предел последовательности x_n:
a) $x_n = \dfrac{3n^4 - 2n^2 + 3}{5n^3 + 3n^2}$;
b) $x_n = \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$;
c) $x_n = \left(2 + \dfrac{1}{n^2}\right)^n$;
d) $x_n = \left(\dfrac{1}{2 \cdot 4} + \dfrac{1}{3 \cdot 5} + ... + \dfrac{1}{(n+1)(n+2)}\right)$.

Вариант 5 (Контрольная работа 2. Часть 1)

1. Выписать первые пять элементов последовательности:
a) $a_n = n^2 - 6$;
b) $c_n = \dfrac{n^2}{n^2 - 2n + 2}$.
2. Используя определение последовательности по Коши, доказать, что число 2 является пределом последовательности $b_n = \dfrac{2n+15}{n+3}$; вычислить номер, начиная с которого элементы последовательности будут отличаться от значения предела меньше, чем на $\varepsilon = 0,08$.
3. Доказать:
a) Последовательность $g_n = \dfrac{3n}{2^n}$ - бесконечно малая;
b) Последовательность $m_n = n^2 - 5$ - бесконечно большая.
4. Привести пример последовательности, пределом которой является число $\dfrac{16}{7}$.
5. Вычислить предел последовательности x_n:
a) $x_n = \dfrac{3n^2 - 2n + 2}{5n^3 + 3n^2}$;
b) $x_n = \dfrac{n}{\sqrt{n} - \sqrt{n+1}}$;
c) $x_n = \left(\dfrac{n+3}{n-2}\right)^{3/n^2}$;
d) $x_n = \left(\dfrac{1}{2\cdot 5} + \dfrac{1}{3\cdot 6} + ... + \dfrac{1}{(n+1)(n+3)}\right)$.

Вариант 6 (Контрольная работа 2. Часть 1)

1. Выписать первые пять элементов последовательности:
a) $f_n = \dfrac{n+2}{n^2-1}$;
b) $h_n = \dfrac{1}{2}(n-1)(n+1)$.

2. Используя определение последовательности по Коши, доказать, что число $\dfrac{3}{2}$ является пределом последовательности $c_n = \dfrac{3n-2}{2n+4}$; вычислить номер, начиная с которого элементы последовательности будут отличаться от значения предела меньше, чем на $0,03$.

3. Доказать:
a) Последовательность $b_n = \dfrac{4}{5n+2}$ - бесконечно малая;
b) Последовательность $g_n = n^3 - 2n + 1$ - бесконечно большая.

4. Привести пример последовательности, пределом которой является число $\dfrac{8}{9}$.

5. Вычислить предел последовательности x_n:
a) $x_n = \dfrac{n^2-2n+2}{5n^2+n+2}$;
b) $x_n = \dfrac{\sqrt{n^2+1}-n}{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}$;
c) $x_n = \left(\dfrac{2n+3}{n+1}\right)^{1/n}$;
d) $x_n = \left(\dfrac{3}{1\cdot 3} + \dfrac{3}{2\cdot 4} + ... + \dfrac{3}{n(n+2)}\right)$.

Вариант 7 (Контрольная работа 2. Часть 1)

1. Выписать первые пять элементов последовательности:
a) $a_n = n^3 + 8$;
b) $b_n = \dfrac{n^2+1}{n^2-1}$.

2. Используя определение последовательности по Коши, доказать, что число $\dfrac{1}{4}$ является пределом последовательности $f_n = \dfrac{n-1}{4n+3}$; вычислить номер, начиная с которого элементы последовательности будут отличаться от значения предела меньше, чем на $\varepsilon = 0,01$;

3. Доказать, что:
a) последовательность $b_n = \dfrac{2}{n^2}$ - бесконечно малая;
b) последовательность $f_n = (n-2)^2$ - бесконечно большая.

4. Привести пример последовательности, пределом которой является число $\dfrac{1}{4}$.

5. Вычислить предел последовательности x_n:
a) $x_n = \dfrac{2n^3+4n^2}{3n^3-n}$;
b) $x_n = \sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2-n}$;
c) $x_n = \left(\dfrac{2n+5}{n+1}\right)^{1/n}$;
d) $x_n = \left(\dfrac{1}{3\cdot 4} + \dfrac{1}{4\cdot 5} + ... + \dfrac{1}{(n+2)(n+3)}\right)$.

Вариант 8 (Контрольная работа 2. Часть 1)

1. Выписать первые пять элементов последовательности:
a) $g_n = 2^n + (-1)^n$;
b) $h_n = 2^n + \dfrac{5}{n}$.
2. Используя определение последовательности по Коши, доказать, что число $\dfrac{3}{5}$ является пределом последовательности $c_n = \dfrac{3n+4}{5n-7}$; вычислить номер, начиная с которого элементы последовательности будут отличаться от значения предела меньше, чем на $\varepsilon = 0,05$.
3. Доказать, что:
a) последовательность $r_n = 2 + (-1)^n$ расходится;
b) последовательность $t_n = \dfrac{n^3}{5^n}$ - бесконечно малая.
4. Привести пример последовательности, пределом которой является число $\dfrac{4}{5}$.
5. Вычислить предел последовательности x_n:
a) $x_n = \dfrac{3n^2+4n+3}{2-n^2}$;
b) $x_n = \sqrt{n^2-1} - n - 1$;
c) $x_n = \left(\dfrac{5n+1}{n+1}\right)^{1/n}$;
d) $x_n = \left(\dfrac{2}{2\cdot 3} + \dfrac{2}{3\cdot 4} + ... + \dfrac{2}{(n+1)(n+2)}\right)$.

Вариант 9 (Контрольная работа 2. Часть 1)

1. Выписать первые пять элементов последовательности:
a) $a_n = 2n - (-1)^n$;
b) $b_n = \dfrac{1-4n}{2-n}$.
2. Используя определение последовательности по Коши, доказать, что число $\dfrac{1}{3}$ является пределом последовательности $q_n = \dfrac{n}{3n-6}$; вычислить номер, начиная с которого элементы последовательности будут отличаться от значения предела меньше, чем на $\varepsilon = 0,02$.
3. Доказать:
a) Последовательность $\dfrac{n-4}{n^3-6}$ - бесконечно малая;
b) Последовательность $\dfrac{n^2}{n+1}$ - бесконечно большая.
4. Привести пример последовательности, пределом которой является число $\dfrac{8}{3}$.
5. Вычислить предел последовательности x_n:
a) $x_n = \dfrac{3n^2-2n+3}{n-5n^2}$;
b) $x_n = \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$;
c) $x_n = \left(2 + \dfrac{1}{n^2}\right)^n$;
d) $x_n = \left(\dfrac{1}{1\cdot 4} + \dfrac{1}{2\cdot 5} + ... + \dfrac{1}{n(n+3)}\right)$.

Вариант 10 (Контрольная работа 2. Часть 1)

1. Выписать первые пять элементов последовательности:
a) $v_n = \dfrac{2n-5}{3n+1}$;
b) $j_n = n + (-1)^n$.

2. Используя определение последовательности по Коши, доказать, что число $-\dfrac{1}{2}$ является пределом последовательности $h_n = \dfrac{n+5}{3-2n}$; вычислить номер, начиная с которого элементы последовательности будут отличаться от значения предела меньше, чем на $\varepsilon = 0,009$.

3. Доказать:
a) Последовательность $f_n = \sqrt{n+1}$ - бесконечно большая;
b) Последовательность $y_n = \dfrac{(-1)^n}{n+1}$ расходится.

4. Привести пример последовательности, пределом которой является $\dfrac{7}{2}$.

5. Вычислить предел последовательности x_n:
a) $x_n = \dfrac{3n^4 - 2n^2 + 3}{5n^3 + 3n^2}$;
b) $x_n = \dfrac{1}{n(\sqrt{n^2-1} - n)}$;
c) $x_n = \left(\dfrac{n+2}{n-1}\right)^{2/n}$;
d) $x_n = \left(\dfrac{1}{2\cdot 4} + \dfrac{1}{3\cdot 5} + ... + \dfrac{1}{(n+1)(n+2)}\right)$.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания контрольной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов.	"Отлично"
- все задания контрольной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решены не менее 60% всех задач в контрольной работе; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий.	"Удовлетворительно"
- количество верно решенных задач – менее 60%; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Контрольная работа №2 Часть 2

Вариант 1 (Контрольная работа 2. Часть 2)

I. Вычислить:

I. 1. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x+5}{x-2}$; I. 2. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2+1}{2x+1}$; I. 3. $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{x^2-2x-35}{x-7}$; I. 4. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-4x-5}{x+1}$;

I. 5. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^3-19x-30}{x-5}$; I. 6. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^3-7x-6}{x+3}$;

I. 7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x^4+2x-3}-\sqrt[4]{x^4+2x^3-x+1}}{\sqrt[3]{x^4+3x^2-2+5}+\sqrt[4]{x^4+3x-3}}$;

I. 8. $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{2x+5}-\sqrt{3x+2}$.

I.9. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1+x}{2+x}\right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}}$.

II. Доказать по определению:

$\lim\limits_{x\to 3}\frac{x-1}{2(x+1)}=\frac{1}{4}$;

Вариант 2 (Контрольная работа 2. Часть 2)

I. Вычислить:

I. 1. $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{2x+1}{x+1}$; I. 2. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{3x^2-x+2}{2x-3}$; I. 3. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x-2}{x-1}$; I. 4. $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^2+x-12}{x+4}$;

I. 5. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^3-19x-30}{x-5}$; I. 6. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3+4x^2-21x}{x-3}$;

I. 7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x^3+3x^2-2x+1}+\sqrt[3]{x^4-2x^2+5}}{\sqrt[3]{2x^5+3x^4-3x+1}+\sqrt{x^3-3x^2-2x+8}}$;

1. 8. $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{x^2+2x+3}-\sqrt{3x^2-2x-1}$.

I.9. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{1+x}{2+x}\right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}}$.

II. Доказать по определению:

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-1}{x^2+3}=1$;

Вариант 3 (Контрольная работа 2. Часть 2)

I. Вычислить:

I. 1. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+7}{2x}$; I. 2. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-\cos x}{2x^2+3x-3}$; I. 3. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2-3x-10}{x+2}$; I. 4. $\lim\limits_{x\to 6}\dfrac{x^2-2x-24}{x-6}$;

I. 5. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3-4x^2+x+6}{x-3}$; I. 6. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-9x+9}{x^2-9}$;

I. 7. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{\sqrt[5]{x^5+3x^2-2x-1}+\sqrt[4]{x^3-3x+2}}{\sqrt{x^2+5}+\sqrt[4]{3x^4-2x^3-8x+6}}$;

1. 8. $\lim\limits_{x\to \infty}\sqrt[2]{x^2+3x-12}-x$.

I. 9. $\lim\limits_{x\to \infty}\left(\frac{1+x}{2+x}\right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}}$.

II. Доказать по определению:

$\lim\limits_{x\to 2}(3x-5)=1$;

Вариант 4 (Контрольная работа 2. Часть 2)

I. Вычислить:

I. 1. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{3x^2+2x+3}{x^2+1}$; I. 2. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+3x-5}{x+1}$; I. 3. $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2+3x-10}{x+5}$; I. 4. $\lim\limits_{x\to 9}\dfrac{x^2-6x-27}{x-9}$;

I. 5. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-4x^2-4x+16}{x+2}$; I. 6. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3+2x^2-5x-6}{x-3}$;

I. 7. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{\sqrt{x^4-2x^2+3}+\sqrt[3]{x^3+3x-2}}{\sqrt[4]{x^8+3x^6-x^5+2}+\sqrt[4]{x^3+3x^2-x+2}}$;

1. 8. $\lim\limits_{x\to \infty}\sqrt{x+4}-\sqrt{x-4}$. I.9. $\lim\limits_{x\to \infty}\left(\frac{x+2}{2x-1}\right)^{x^2}$.

II. Доказать по определению:

$\lim\limits_{x\to 2}(3x^2-2)=10$;

Вариант 5 (Контрольная работа 2. Часть 2)

I. Вычислить:
I. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 2x-3x}{x^2+2x+2}$; I. 2. $\lim\limits_{x\to 5}(x^2+3x-5)$; I. 3. $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^2+2x-8}{x+4}$; I. 4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3-5x^2}{x^2}$;
I. 5. $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^3-x^2-14x+24}{x+4}$; I. 6. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^3+2x^2-13x+10}{x-5}$;
I. 7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x^4+3x^2-5x+7}+\sqrt[4]{x^5+4x^4-x^3-x+9}}{\sqrt[5]{3x^2-2x-7}+\sqrt[3]{x^4+3x+7}}$;
1. 8. $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt[3]{x+1}-\sqrt[3]{x}$.
I.9. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\cos x}{\cos 2x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$.
II. Доказать по определению:
$\lim\limits_{x\to 4}(2x-1)=7$;

Вариант 6 (Контрольная работа 2. Часть 2)

I. Вычислить:
I. 1. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-x+1}{x^2+x-1}$; I. 2. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin x+\cos x}{2x+3}$; I. 3. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2-5x-24}{x+3}$; I. 4. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2+3x-28}{x-4}$;
I. 5. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3-4x^2+x+6}{x+1}$; I. 6. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3-10x^2+13x+24}{x-3}$;
I. 7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x^4+3x-2}+\sqrt[3]{x^5-5x^4-3x^3}}{\sqrt[3]{2x^6-3x+1}+\sqrt{x+1}}$;
1. 8. $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{x^2-2x+3}-x+2$.
I.9. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{3x^2-x+1}{2x^2+x+1}\right)^{\frac{x^3}{1-x}}$.
II. Доказать по определению:
$\lim\limits_{x\to 2}(3x-1)=5$;

Вариант 7 (Контрольная работа 2. Часть 2)

I. Вычислить:
I. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x^3+3x^2-13x+25}{x^3-4x^2-120x+7}$; I. 2. $\lim\limits_{x\to\cos 1}\dfrac{\arccos x+1}{2}$; I. 3. $\lim\limits_{x\to -9}\dfrac{x^2+7x-18}{x+9}$;
I. 4. $\lim\limits_{x\to 6}\dfrac{x^2-3x-18}{x-6}$; I. 5. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^3-6x^2+8x}{x-4}$; I. 6. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^3+4x^2-17x-60}{x+3}$;
I. 7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x^5+3x^4+2x^3-4x-4}+\sqrt[5]{x^7-5x^3+3x^2-1}}{\sqrt[4]{x^4+7x^3-4x^2+2}+\sqrt{x}}$;
1. 8. $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt[3]{x^2-1}-\sqrt[3]{x^2+1}$.
I.9. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\sin x\right)^{\mathrm{tg}x}$.
II. Доказать по определению:
$\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}(3-12x)=-3$;

Вариант 8 (Контрольная работа 2. Часть 2)

I. Вычислить:

I. 1. $\lim\limits_{x\to 2}(x^2+5x-4)$; I. 2. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{4x-3}{x+5}$; I. 3. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-11x+28}{x-4}$; I. 4. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-6x-16}{x-2}$;

I. 5. $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{x^3-15x^2+47x+63}{x-7}$; I. 6. $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^3-4x^2-20x+48}{x+4}$;

I. 7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x^5-4x^4+2x^2-5x+1}-\sqrt[4]{x^7+3x^5-3x+2}}{\sqrt[6]{x^4+2x^3-5x^2+x-18}+\sqrt{x^2+5x-7}}$;

1. 8. $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{x^2+2x-2}-x+1$.

I.9. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)^{\frac{x-1}{x+1}}$.

II. Доказать по определению:

$\lim\limits_{x\to 1}(2-12x)=-10$;

Вариант 9 (Контрольная работа 2. Часть 2)

I. Вычислить:

I. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x-\cos x}{\cos x+\sin x}$; I. 2. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+4}{x^3-3x^2-5x+7}$; I. 3. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2+x-30}{x-5}$; I. 4. $\lim\limits_{x\to -7}\dfrac{x^2+3x-28}{x+7}$;

I. 5. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-3x^2-13x+15}{x-1}$; I. 6. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3+7x^2-36}{x-2}$;

I. 7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[4]{x^8+3x^6-2x^4+4}+\sqrt[3]{4x^6+8x^5-3x^3+2-2}}{\sqrt{8x^2-3x+7}+\sqrt[3]{x^5+24x-4}}$;

1. 8. $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt[3]{x-2}-\sqrt[3]{x}$.

I. 9. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x^2-2}\right)^{x^2}$.

II. Доказать по определению:

$\lim\limits_{x\to 1}(3x^2-2)=1$;

Вариант 10 (Контрольная работа 2. Часть 2)

I. Вычислить:

I. 1. $\lim\limits_{x\to 4}(x^3 - 3x^2 + 2x + 3)$; I. 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2+4\cos 2x+1}{3-8x}$; I. 3. $\lim\limits_{x\to}\dfrac{x^2+4x-5}{x-1}$; I. 4. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+2x-8}{x-2}$;

I. 5. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-22x+40}{x-2}$; I. 6. $\lim\limits_{x\to -6}\dfrac{x^3+11x^2+6x-144}{x+6}$;

I. 7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[5]{x^6-4x^5+3x-2}+\sqrt[6]{x^7-5x^5+3x^3-28x+4}}{\sqrt[3]{x^4-8x^3+2x-2}+\sqrt[4]{5x^5-2x^4+3x-7}}$;

1. 8. $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{x+2}-\sqrt{x-3}$.

I.9. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+2x-1}{2x^2-3x-2}\right)^{\frac{1}{x}}$.

II. Доказать по определению:

$\lim\limits_{x\to 1}(3x^2-1)=2$;

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания контрольной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов.	"Отлично"
- все задания контрольной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решены не менее 60% всех задач в контрольной работе; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий.	"Удовлетворительно"
- количество верно решенных задач – менее 60%; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Контрольная работа №3

Вариант 1 (Контрольная работа 3)

1. Пользуясь определением производной, найти производную функции $y = \sin(2x + 5)$.
2. Найти производную функции: $(a) y = e^x\sqrt{1 - e^2x} + \arcsin e^x$; $(b) y = \frac{\ln x}{1+x^2}$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке: $y = \frac{4-x^2}{4+x^2}$, $[-1, 3]$.
4. Провести полное исследование и построить график функции $y = \frac{x-1}{x^2-2x}$.

Вариант 2 (Контрольная работа 3)

1. Пользуясь определением производной, найти производную функции $y = \cos(3x + 1)$.
2. Найти производную функции: $(a) y = 2x \cos x$; $(b) y = \arcsin^2 x$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке: $y = 3 - 2x^2$, $[3, 7]$.
4. Провести полное исследование и построить график функции $y = (x - 1)e^{3x+1}$.

Вариант 3 (Контрольная работа 3)

1. Пользуясь определением производной, найти производную функции $y = e^{2x+1}$.
2. Найти производную функции: $(a) y = \arcsin\sqrt{1 - x^2}$; $(b) y = x^{\frac{1-x}{1+x}}$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке: $y = x - \sin x$, $[0, 2\pi]$.
4. Провести полное исследование и построить график функции $y = \frac{(x-3)^3}{4(x-1)}$.

Вариант 4 (Контрольная работа 3)

1. Пользуясь определением производной, найти производную функции $y = x^2 + 2$.
2. Найти производную функции: $(a) y = 3xe^x$; $(b) y = \sin^2 x \cos x^3$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке: $y = 2\sin x - \sin 2x$, $[0, \frac{3\pi}{2}]$.
4. Провести полное исследование и построить график функции $y = \frac{x^2-x-1}{x^2-2x}$.

Вариант 5 (Контрольная работа 3)

1. Пользуясь определением производной, найти производную функции $y = tg(2x)$.
2. Найти производную функции: $(a) y = xe^{-x}$; $(b) y = \frac{x}{\arccos x}$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке: $y = x^4 + 4$, $[-2, 2]$.
4. Провести полное исследование и построить график функции $y = \frac{x^4}{x^3 - 1}$.

Вариант 6 (Контрольная работа 3)

1. Пользуясь определением производной, найти производную функции $y = ctg(3x)$.
2. Найти производную функции: $(a) y = \ln ctg(4x)$; $(b) y = \sqrt[3]{(1-x)^2}$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке: $y = \frac{x^2}{x^4 + 4}$, $[-2, 3]$.
4. Провести полное исследование и построить график функции $y = \frac{4x^2}{x^3 - 1}$.

Вариант 7 (Контрольная работа 3)

1. Пользуясь определением производной, найти производную функции $y = x^3 + 1$.
2. Найти производную функции: $(a) y = arctg(x^2)$; $(b) y = \left(1 + \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\right)^3$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке: $y = \sin 3x - 3 \sin x$, $[0, \frac{3\pi}{2}]$.
4. Провести полное исследование и построить график функции $y = \frac{1}{x^2 - 9}$.

Вариант 8 (Контрольная работа 3)

1. Пользуясь определением производной, найти производную функции $y = \ln(x + 1)$.
2. Найти производную функции: $(a) y = x^2 \ln x$; $(b) y = \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{x}$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке: $y = 81x - x^4$, $[-1, 4]$.
4. Провести полное исследование и построить график функции $y = \frac{2x+1}{x^2}$.

Вариант 9 (Контрольная работа 3)

1. Пользуясь определением производной, найти производную функции $y = \sqrt{x+1}$.
2. Найти производную функции: $(a) y = \ln \sin x^2$; $(b) y = \frac{x-1}{x+1} e^{-x}$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке: $y = x^3 \sqrt[3]{(x-1)^2}$, $[-2, 2]$.
4. Провести полное исследование и построить график функции $y = \frac{2x^2}{4x^2-1}$.

Вариант 10 (Контрольная работа 3)

1. Пользуясь определением производной, найти производную функции $y = 3^{5x}$.
2. Найти производную функции: $(a) y = \sqrt{x^2+1}$; $(b) y = arctg(\sqrt{\frac{x-1}{x+1}})$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке: $y = x^3(8-x)$, $[0, 7]$.
4. Провести полное исследование и построить график функции $y = \frac{2-4x^2}{1-4x^2}$.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания контрольной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов.	"Отлично"
- все задания контрольной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решены не менее 60% всех задач в контрольной работе; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий.	"Удовлетворительно"
- количество верно решенных задач – менее 60%; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Вопросы к экзамену

1) Множества и операции над ними. Предельные точки, точки прикосновения, внутренние и изолированные точки.
2) Понятие функций, способы задания функций, классификация функций.
3) Свойства счетных и несчетных множеств. Теорема о счетности множества Q.
4) Несчетность отрезка $[0; 1]$.
5) Теорема Кантора-Бернштейна о мощности множества подмножеств.
6) Лемма о вложенных отрезках (принцип Коши-Кантора).
7) Лемма о конечном покрытии (принцип Бореля-Лебега).
8) Модуль действительного числа, свойства модуля.
9) Ограниченные и неограниченные множества. Верхняя и нижняя грани множества, их свойства. Принцип Архимеда.
10) Предел последовательности. Геометрический смысл. Общие свойства. Арифметические операции над пределами.
11) Критерий Коши сходимости последовательности.
12) Теорема об единственности предела последовательности.
13) Переход к пределу в неравенствах.
14) Ограниченные последовательности. Теорема Вейерштрасса для монотонной последовательности.
15) Теорема Больцано-Вейерштрасса для ограниченной последовательности.
16) Бесконечно-малые и бесконечно-большие последовательности, связь между ними. Особо важная теорема.
17) Свойства бесконечно больших и бесконечно малых последовательностей.
18) Существование предела последовательности с общим членом $(1+1/n)^n$. Число .
19) Определение предела функции в точке по Гейне и по Коши, их равносильность.
20) Различные определения непрерывности функции в точке, их равносильность. Непрерывность суммы, произведения и частного непрерывных функций. Непрерывность основных элементарных функций.
21) Односторонняя непрерывность. Односторонние пределы. Необходимые и достаточные условия непрерывности функции в точке. Классификация точек разрыва.
22) Свойства функций, непрерывных на отрезке. Первая теорема Больцано-Коши.
23) Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теоремы Вейерштрасса.
24) Обратная функция. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции.
25) Теорема Кантора о равномерной непрерывности.
26) Бесконечно-малые функции, теоремы о бесконечно малых функциях.
27) Сравнение бесконечно малых функций. Символы о малое и О большое. Эквивалентные бесконечно малые. Теорема о замене сомножителей эквивалентными. Таблица эквивалентных бесконечно малых функций.
28) Первый замечательный предел.
29) Второй замечательный предел.
30) Производная, ее геометрический и механический смысл. Таблица производных.

31) Правила дифференцирования. Дифференцируемость суммы, произведения и частного дифференцируемых функций.
32) Определение дифференцируемой функции. Теорема о связи между дифференцируемостью и непрерывностью.
33) Производная сложной и обратной функций.
34) Производная функции вида u^v.
35) Дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференциал в приближенных вычислениях.
36) Дифференцирование функций, заданных параметрически и неявно.
37) Производные высших порядков, формула Лейбница. Дифференциалы высших порядков.
38) Теорема Ферма.
39) Теорема Ролля.
40) Теорема Лагранжа.
41) Теорема Коши.
42) Правила Лопиталя.
43) Формула Тейлора. Остаточный член в форме Лагранжа.
44) Исследование функций на монотонность.
45) Исследование функций на экстремум.
46) Исследование функций на выпуклость и в точке перегиба.
47) Асимптоты.
48) Полное исследование функций и построение графиков.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- студент знает формулировки определений и может привести несколько примеров к каждому определению; - студент знает формулировки всех утверждений и теорем; - студент знает план доказательства всех утверждений и теорем, умеет при необходимости провести подробное доказательство каждого пункта; - студент может ответить на дополнительные вопросы по курсу без предварительной подготовки. - студент может излагать ответы на вопросы экзамена у доски.	"Отлично"
- студент знает формулировки определений и может привести несколько примеров к каждому определению; - студент знает формулировки всех утверждений и теорем; - студент знает план доказательства всех утверждений и теорем, но испытывает затруднения при подробном изложении некоторых пунктов доказательства; - студент может ответить на дополнительные вопросы по курсу без предварительной подготовки.	"Хорошо"
- студент знает формулировки определений и может привести пример к каждому определению; - студент знает формулировки всех утверждений и теорем; - студент может ответить на дополнительные вопросы по курсу без предварительной подготовки.	"Удовлетворительно"
- студент не знает формулировки определений или не умеет приводить примеры для них; - студент не знает формулировки основных утверждений и теорем; - студент не может изложить ответ на заданные вопросы.	"Неудовлетворительно"

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 1

1. Множества и операции над ними. Предельные точки, точки прикосновения, внутренние и изолированные точки.
2. Правила Лопиталя.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 2

1. Понятие функций, способы задания функций, классификация функций.
2. Второй замечательный предел.

Подпись экзаменатора ________________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 3

1. Свойства счетных и несчетных множеств. Теорема о счетности множества Q.
2. Производная функции вида u^v.

Подпись экзаменатора ________________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 4

1. Несчетность отрезка $[0;1]$.
2. Производная сложной и обратной функций.

Подпись экзаменатора ________________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 5

1. Теорема Кантора-Бернштейна о мощности множества подмножеств.
2. Исследование функций на экстремум.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 6

1. Лемма о вложенных отрезках (принцип Коши-Кантора).
2. Исследование функций на выпуклость и в точке перегиба.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 7

1. Лемма о конечном покрытии (принцип Бореля-Лебега).
2. Асимптоты.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 8

1. Модуль действительного числа, свойства модуля.
2. Полное исследование функций и построение графиков.

Подпись экзаменатора ________________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 9

1. Ограниченные и неограниченные множества. Верхняя и нижняя грани множества, их свойства. Принцип Архимеда.
2. Дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференциал в приближенных вычислениях.

Подпись экзаменатора ________________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет №10

1. Предел последовательности. Геометрический смысл. Общие свойства. Арифметические операции над пределами.
2. Дифференцирование функций, заданных параметрически и неявно.

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 11

1. Критерий Коши сходимости последовательности.
2. Производная, ее геометрический и механический смысл. Таблица производных.

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО на заседании кафедры __.__.20__г. Протокол №_. Зав. кафедрой__________	Горно-Алтайский государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 12

1. Теорема об единственности предела последовательности.
2. Производные высших порядков, формула Лейбница. Дифференциалы высших порядков.

Подпись экзаменатора ______________

УТВЕРЖДЕНО на заседании кафедры __.__.20__г. Протокол №_. Зав. кафедрой__________	Горно-Алтайский государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 13

1. Переход к пределу в неравенствах.
2. Правила дифференцирования. Дифференцируемость суммы, произведения и частного дифференцируемых функций.

Подпись экзаменатора ______________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 14

1. Ограниченные последовательности. Теорема Вейерштрасса для монотонной последовательности.
2. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 15

1. Теорема Больцано-Вейерштрасса для ограниченной последовательности.
2. Теорема Ферма.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 16

1. Бесконечно-малые и бесконечно-большие последовательности, связь между ними. Особо важная теорема.
2. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теоремы Вейерштрасса.

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 17

1. Свойства бесконечно больших и бесконечно малых последовательностей.
2. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Первая теорема Больцано-Коши.

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
_ _._ _.20_ _г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 18

1. Существование предела последовательности с общим членом $(1+1/n)^n$. Число e.
2. Теорема Лагранжа.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
_ _._ _.20_ _г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 19

1. Определение предела функции в точке по Гейне и по Коши, их равносильность.
2. Теорема Коши.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 20

1. Различные определения непрерывности функции в точке, их равносильность. Непрерывность суммы, произведения и частного непрерывных функций. Непрерывность основных элементарных функций.
2. Первый замечательный предел.

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 21

1. Односторонняя непрерывность. Односторонние пределы. Необходимые и достаточные условия непрерывности функции в точке. Классификация точек разрыва.
2. Теорема Ролля.

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 22

1. Бесконечно-малые функции, теоремы о бесконечно малых функциях.
2. Формула Тейлора. Остаточный член в форме Лагранжа.

Подпись экзаменатора ________________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 23

1. Сравнение бесконечно малых функций. Символы о малое и О большое. Эквивалентные бесконечно малые. Теорема о замене сомножителей эквивалентными. Таблица эквивалентных бесконечно малых функций.
2. Исследование функций на монотонность.

Подпись экзаменатора ________________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 24

1. Обратная функция. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции.
2. Определение дифференцируемой функции. Теорема о связи между дифференцируемостью и непрерывностью.

Подпись экзаменатора ________________________

2 СЕМЕСТР

Оценочное средство

Индивидуальное задание №1

Вычислите интегралы:

В.1

1) $\int\left(3x^2+\frac{3}{x}\right)dx$;
2) $\int\left(3\sqrt{x}+5e^x\right)dx$;
3) $\int\left(4\sqrt[3]{x}+3\cos x\right)dx$;
4) $\int\frac{\sin 3x}{3+\cos 3x}dx$;
5) $\int\frac{\operatorname{arctg}\frac{x}{2}}{4+x^2}dx$;
6) $\int\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}dx$;
7) $\int x\cos x dx$;
8) $\int\operatorname{arctg}\sqrt{x}dx$;
9) $\int\sin(\ln x)dx$;
10) $\int\frac{2x+3}{2x^2+x+1}$;
11) $\int\frac{x^4dx}{(x^2-1)(x+2)}$;
12) $\int\frac{1-x^2}{1+x^4}dx$;
13) $\int\frac{dx}{\sqrt{x^2+9}+3}$;
14) $\int\frac{\cos^2 x}{\sin^4 x}dx$.

В.2

1) $\int\left(4x^3+\frac{4}{x}\right)dx$;
2) $\int\left(6\sqrt{x}+2\sin x\right)dx$;
3) $\int\left(4x^{\frac{1}{3}}+4e^x\right)dx$;
4) $\int\frac{1-\sin x}{x+\cos x}dx$;
5) $\int\frac{e^t dt}{\sqrt{1-e^{2t}}}$;
6) $\int\frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3+1}}dx$;
7) $\int\frac{\ln^3 x}{x^2}dx$;
8) $\int\frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}dx$;
9) $\int xe^{-x}dx$;
10) $\int\frac{xdx}{x^2+x-1}$;
11) $\int\frac{x^2}{(x+2)^2(x+1)}dx$;
12) $\int\frac{x^3+1}{(x^2+1)^2}dx$;
13) $\int\frac{dx}{(1+x)\sqrt{1+x+x^2}}$;
14) $\int\frac{dx}{2\sin x-\cos x+5}$.

В.3

1) $\int\left(5x^4+\frac{2}{x}\right)dx$;
2) $\int\left(5x^{\frac{1}{4}}+6e^x\right)dx$;
3) $\int\left(8\sqrt{x}+3\cos x\right)dx$;
4) $\int\operatorname{ctg}x dx$;
5) $\int\frac{xdx}{\sqrt{4-3x^2}}$;
6) $\int\frac{dx}{x\ln^2 x}$;
7) $\int\frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x^2}}dx$;
8) $\int x^2 3^x dx$;
9) $\int e^{2x}\cos nx dx$;
10) $\int\frac{3x-1}{x^2+2x+2}dx$;
11) $\int\frac{x^5+x^4-8}{x^3-4x}dx$;
12) $\int\frac{dx}{x^3(x^2+1)^2}$;
13) $\int\frac{dx}{x-\sqrt{x^2+1}}$;
14) $\int\frac{dx}{\sin x\cos^3 x}$.

В.4

1) $\int\left(4x+9\sqrt[7]{x^2}\right)dx$;
2) $\int\left(\frac{6}{x^3}-\frac{5}{2x\sqrt{x}}\right)dx$;
3) $\int\left(x^3+x^2\sqrt{x}\right)\left(x^3-x^2\sqrt{x}\right)dx$;
4) $\int\left(3\sqrt{2x+1}+10e^{5x}\right)dx$;
5) $\int\frac{x^4dx}{\sqrt{4+x^5}}$;
6) $\int\frac{(\operatorname{arctg}x)^2}{1+x^2}dx$;
7) $\int\left(x\cos x+2e^{2x}\right)dx$;
8) $\int\frac{\ln x}{x^3}dx$;
9) $\int 3^x\cos x dx$;
10) $\int\frac{x+2}{x^2+x}dx$;
11) $\int\frac{x^2+1}{x(x-1)^2}dx$;
12) $\int\frac{dx}{(x^2+x+2)^2}$;
13) $\int\frac{\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}}{1+\sqrt[6]{x}}dx$;
14) $\int\frac{\operatorname{tg}x}{\sin^4 x+\cos^4 x}dx$.

B.5 1) $\int\left(8x^3+\frac{4}{x}\right)dx$;
2) $\int\left(2^x+\sqrt{x}\right)dx$;
3) $\int\left(4x^{\frac{1}{3}}+5e^x\right)$;
4) $\int\frac{xdx}{x^2-5}$;
5) $\int\frac{3xdx}{\sqrt{5x^2+1}}$;
6) $\int\frac{\mathrm{tg}^2 x}{\cos^2 x}dx$;
7) $\int\frac{x\mathrm{arctg}x}{\sqrt{1+x^2}}dx$;
8) $\int x^2\cdot 2^x dx$;
9) $\int\cos(\ln x)dx$;
10) $\int\frac{dx}{x^2+2x+5}$;
11) $\int\frac{dx}{(x-1)(x+2)(x+3)}$;
12) $\int\frac{x^3+1}{(x^2-4x+5)^2}dx$;
13) $\int\frac{x^3dx}{\sqrt{x-1}}$;
14) $\int\sin^3\frac{x}{2}\cos^5\frac{x}{2}dx$.

B.6 1) $\int\left(15x^4+\frac{5}{x}\right)dx$;
2) $\int\left(\frac{x^2}{\sqrt{x}}+e^x\right)dx$;
3) $\int\left(\frac{1}{x^2}+3\sin x\right)dx$;
4) $\int x\cdot 5^{x^2}dx$;
5) $\int(x-2)\sin xdx$;
6) $\int\sqrt{x}\ln xdx$;
7) $\int\frac{dx}{9x^2+45}dx$;
8) $\int\sqrt{\sin x}\cos xdx$;
9) $\int\frac{dx}{x\ln^2 x}$;
10) $\int\frac{xdx}{2x^2+1}$;
11) $\int\frac{dx}{(x+1)(2x-3)}$;
12) $\int\frac{x^3+x-1}{(x^2+2)^2}dx$;
13) $\int\sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}}dx$;
14) $\int\frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^3}}$.

B.7 1) $\int\left(2x+\frac{6}{x}\right)dx$;
2) $\int\left(\frac{1}{\sqrt[4]{x}}+3\sin x\right)dx$;
3) $\int\left(3x^{\frac{1}{2}}+4e^x\right)dx$;
4) $\int\frac{\mathrm{tg}\sqrt{x}dx}{\sqrt{x}}$;
5) $\int xe^{-x^2}dx$;
6) $\int\frac{\sqrt[3]{1+\ln x}}{x}dx$;
7) $\int\frac{x\cos x}{\sin^3 x}dx$;
8) $\int x\ln(x+1)dx$;
9) $\int x^2e^{-\frac{x}{2}}dx$;
10) $\int\frac{5x+7}{5-4x-x^2}dx$;
11) $\int\frac{x^3dx}{(x+1)(x^2+1)}$;
12) $\int\frac{x^2dx}{(2+x)(x+1)^3}$;
13) $\int\frac{2x^2-3x}{\sqrt{x^2-2x+5}}$;
14) $\int\sin^3 xdx$.

B.8 1) $\int\left(3x^5+\frac{4}{x}\right)dx$;
2) $\int\left(\frac{4}{\sqrt[4]{x}}+4\right)dx$;
3) $\int\left(\sin x+5\sqrt[3]{x^2}\right)dx$;
4) $\int\frac{x^3-1}{x^4-4x+1}dx$;
5) $\int\frac{xdx}{\sin(x^2)}$;
6) $\int\frac{x^2dx}{\sqrt[3]{x^3+1}}$;
7) $\int\ln^2 xdx$;
8) $\int x^2\cdot 2^x dx$;
9) $\int\frac{\arcsin xdx}{\sqrt{1-x^2}}$;
10) $\int\frac{dx}{3x^2-x+1}$;
11) $\int\frac{x^4-6x^3+12x^2+6}{x^3-6x^2+12x-8}dx$;
12) $\int\frac{dx}{x^4+x+1}$;
13) $\int\sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}}dx$;
14) $\int\frac{\sin 2xdx}{1+\sin^2 x}$.

B.9 1) $\int\left(14x^6+\frac{5}{x}\right)dx$;
2) $\int\left(4e^x+\frac{3}{\sqrt[4]{x}}\right)dx$;
3) $\int\left(\cos x+14\sqrt[4]{x^3}\right)dx$;
4) $\int\frac{e^xdx}{e^x-1}$;

5) $\int \sin^3 6x \cos 6x dx$;

6) $\int x\sqrt[5]{5-x^2}dx$;

7) $\int x^3 \cdot e^{x^2}dx$;

8) $\int xarctgxdx$;

9) $\int \frac{xdx}{\cos^2 x}$;

10) $\int \frac{x^3-7x+18}{x^2-3x+2}dx$;

11) $\int \frac{x-2}{x^2-7x+12}dx$;

12) $\int \frac{3x+5}{x(x^2+1)^2}dx$;

13) $\int \frac{dx}{x+\sqrt{x^2+1}}$;

14) $\int \frac{dx}{\sin^3 x}$.

B.10

1) $\int \left(4x^3+\frac{7}{x}\right)dx$;

2) $\int \left(4+\frac{x\sqrt{x}}{4}\right)dx$;

3) $\int \left(e^{6x}+8\sqrt[5]{x^3}\right)dx$;

4) $\int \frac{xdx}{\sqrt{7+8x^2}}$;

5) $\int \frac{5^{\sqrt{x}}dx}{\sqrt{x}}$;

6) $\int \mathrm{tg}x dx$;

7) $\int \arccos x dx$;

8) $\int x^2 \ln(1+x)\,dx$;

9) $\int x^2 e^x \sin x dx$;

10) $\int \frac{xdx}{3+2x-x^2}$;

11) $\int \frac{x^3+1}{x(x-1)^2}dx$;

12) $\int \frac{2x^2-3x-3}{(x-1)(x^2-2x+5)}dx$;

13) $\int \frac{x^2+1}{\sqrt{3x+1}}dx$;

14) $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$.

B.11

1) $\int \left(3x^2+\frac{3}{x}\right)dx$;

2) $\int \left(3x^{\frac{1}{2}}+5e^x\right)dx$;

3) $\int \left(4\sqrt[3]{x}+3\cos x\right)dx$;

4) $\int \mathrm{tg}\sqrt{x-1}\frac{dx}{\sqrt{x-1}}$;

5) $\int \frac{a^x dx}{1+a^{2x}}$;

6) $\int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^4}}$;

7) $\int x\ln x dx$;

8) $\int e^{2x}\sin 2x dx$;

9) $\int \frac{xdx}{\cos^2 x}$;

10) $\int \frac{dx}{4x^3-x}$;

11) $\int \frac{x^4 dx}{x^4+5x^2+4}$;

12) $\int \frac{dx}{(1+x^2)^4}$;

13) $\int \sqrt{\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}}dx$;

14) $\int \frac{\sqrt{\mathrm{tg}x}dx}{\sin x\cos x}$.

B.12

1) $\int \left(6x^2+7\sqrt[5]{x^2}\right)dx$;

2) $\int \left(\frac{9}{x^4}-\frac{2}{3x\sqrt[3]{x}}\right)dx$;

3) $\int 6\left(\sqrt{x}+x\right)\left(\sqrt{x}-x\right)dx$;

4) $\int \left(\frac{2}{\sqrt{2x+1}}+\frac{3\cos x}{2+\sin x}\right)dx$;

5) $\int \frac{2^x}{\sqrt{1-4^x}}dx$;

6) $\int \frac{\sqrt[3]{\ln x}}{x}dx$;

7) $\int \left(\frac{2\ln x}{x}+4xe^{2x}\right)dx$;

8) $\int \frac{xdx}{\sin^2 x}$;

9) $\int x^2\ln x dx$;

10) $\int \frac{x-2}{x^2-2}dx$;

11) $\int \frac{dx}{(x+1)^2(x^2+1)^2}$;

12) $\int \frac{dx}{x^3+1}$;

13) $\int \frac{\sqrt[4]{x}+\sqrt{x}}{1+\sqrt[4]{x}}dx$;

14) $\int \frac{dx}{\sin x+\cos x}$.

B.13

1) $\int \frac{\sin^2 x}{\cos^3 x}dx$;

2) $\int \frac{dx}{1+9x^2}$;

3) $\int \left(8x^3+5\sqrt[3]{x^2}\right)dx$;

4) $\int \frac{x^3+1}{x(x-1)^3}dx$;

5) $\int \frac{e^x dx}{e^{2x}+4}$;

6) $\int \left(\frac{12}{x^5}-\frac{3}{4x\sqrt[4]{x}}\right)dx$;

7) $\int\left(\ln x+9xe^{3x}\right)dx;$

8) $\int x\mathrm{arctg}x dx;$

9) $\int\left(9\sqrt{3x+2}+6\cos 2x\right)dx;$

10) $\int\frac{x+3}{x^2+3x+2}dx;$

11) $\int e^x\sin x dx;$

12) $\int\frac{3x+5}{x(x^2+1)^2}dx;$

13) $\int\frac{1+\sqrt[6]{x}}{\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}}dx;$

14) $\int 30\left(x^2\sqrt{x}+x^2\right)\left(x^2\sqrt{x}-x^2\right)dx.$

В.14 1) $\int\frac{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}{\sqrt[6]{x}-1}dx;$

2) $\int x2^{-x}dx;$

3) $\int 20\left(x^2+x\sqrt{x}\right)\left(x^2-x\sqrt{x}\right)dx;$

4) $\int\frac{x^5dx}{(x-1)^2(x^2-1)};$

5) $\int\sin^3 x dx;$

6) $\int\left(6\sqrt{4x+3}+6\sin^2 x\cos x\right)dx;$

7) $\int\left(xe^x+\frac{\ln x}{x^2}\right)dx;$

8) $\int\frac{x\cos x}{\sin^2 x}dx;$

9) $\int\left(12x^5+10\sqrt[7]{x^3}\right)dx;$

10) $\int\frac{x+5}{x^2+4x+3}dx;$

11) $\int\frac{dx}{x\ln^3 x};$

12) $\int\frac{dx}{(x^2+2x+10)^3};$

13) $\int\left(\frac{18}{x^7}-\frac{5}{6x\sqrt[6]{x}}\right)dx;$

14) $\int\frac{dx}{1+\mathrm{tg}x}.$

В.15 1) $\int\left(6x+8\sqrt[5]{x^3}\right)dx;$

2) $\int\left(\frac{6}{x^4}-\frac{8}{3x\sqrt[3]{x^2}}\right)dx;$

3) $\int 20\left(x^2\sqrt{x}+x^2\right)\left(x^2\sqrt{x}-x^2\right)dx;$

4) $\int\left(\frac{6}{\sqrt{4x+3}}+\frac{4x}{x^2+1}\right)dx;$

5) $\int e^{5-3x}dx;$

6) $\int\sqrt{\sin x}\cos x dx;$

7) $\int\left(x\sin x+3e^{3x}\right)dx;$

8) $\int\mathrm{arctg}x dx;$

9) $\int\left(x^2+5x+6\right)\cos 2x dx;$

10) $\int\frac{x-7}{x^2-2x-3}dx;$

11) $\int\frac{x^4dx}{x^4-1};$

12) $\int\frac{3x+5}{(x^2+2x+2)^2}dx;$

13) $\int\frac{\sqrt{x}-\sqrt[4]{x}}{\sqrt[4]{x}-1}dx;$

14) $\int\frac{\sin x dx}{1-\sin x}.$

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания индивидуальной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов;	"Отлично"
- все задания индивидуальной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решено не менее 65% всех заданий индивидуальной работы; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий;	"Удовлетворительно"
- решено менее 65% заданий работы; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	Неудовлетворительно.

Оценочное средство

Индивидуальное задание №2

I. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

В.1 1) $y = x^3,\ x = 1,\ x = 3,\ y = 0;$
2) $y = 2\cos x,\ y = 0,\ 0 \le x \le \pi;$
3) $y = 0,\ y = x^{\sqrt{5}},\ x = 0,\ x = 1;$
4) $y = \frac{\ln x}{4x},\ y = x\ln x;$
5) $x = \cos t,\ y = 2\sin^3 t;$
6) $r = 2\cos\theta.$

В.2 1) $y = -0,5x^2 + 2x,\ y = 0,5x;$
2) $y = 2\sin x,\ y = -\sin x,$
$0 \le x \le \frac{2}{3}\pi;$
3) $y = e^x,\ y = 1,\ y = e,\ x = 2;$
4) $y = \arcsin x,\ y = \arccos x,$
$y = 0;$
5) $\begin{cases} x = 8\cos^3 t \\ y = 4\sin^3 t \end{cases};\ x \ge 3\sqrt{3}$
6) $r = 2\sin 3\varphi.$

В.3 1) $y = x^3,\ x = -1,\ y = 0;$
2) $y = \cos 0,5x,\ y = 0,\ x = -\frac{\pi}{3},$
$-\pi \le x \le -\frac{\pi}{3};$
3) $y = 0,\ y = x^e,\ x = 1,\ x = e;$
4) $y^2 = x\,(x-1)^2;$
5) $\begin{cases} x = 5\cos t \\ y = 2\sin t \end{cases};$
6) $r = 2\cos 6\varphi.$

В.4 1) $y = x^2 - 2x + 2,\ y = 0,$
$x = 0,\ y = 2x + 2;$
2) $y = \sin x,\ y = 0,\ x = \frac{2\pi}{3},$
$0 \le x \le \frac{2\pi}{3};$
3) $y = 2^{-x},\ y = 0,\ x = 0,\ x = 2;$
4) $(y - x - 2)^2 = 9x,\ y = 0,$
$x = 0;$
5) $\begin{cases} x = 2\,(2\cos t - \cos 2t) \\ y = 2\,(2\sin t - \sin 2t) \end{cases};$
6) $r = 2\,(1 - \cos\varphi).$

В.5 1) $y = 0,5x^2,\ y = 0,5,\ x = 2;$
2) $y = \sin x,\ y = -2\sin x,$
$0 \le x \le \frac{2\pi}{3};$
3) $y = \sqrt{x},\ x = 1,\ y = 0;$
4) $y = \ln x,\ y = 0,\ x = a,\ x = b;$
5) $x = \frac{3at}{1+t^2},\ y = \frac{3at^2}{1+t^2};$
6) $r = 2 + \cos\varphi.$

В.6 1) $y = x^2 - 2x + 1,\ y = 1;$
2) $y = \cos 0,5x,\ y = 0,\ x = 0,$
$x = \frac{\pi}{10};$
3) $y = e^{-x}\,(x^2 + 3x + 1) + e^2,$
$y = 0,\ x = -1,\ x = 2;$
4) $y = \frac{1}{x},\ y = 1,\ x = 4;$
5) $\begin{cases} x = 3t^2 \\ y = 3t - t^3 \end{cases};$
6) $\rho = 2 + \sin\varphi.$

В.7 1) $y = -x^2 + 2,\ y = -x;$
2) $y = 3\sin x,\ y = -2\sin x,$
$0 \le x \le \frac{2\pi}{3};$
3) $y = \frac{4}{x},\ x = 1,\ y = 1;$
4) $y^2 = x^2 - x^4;$
5) $\begin{cases} x = 4\sqrt{2}\cos^3 t \\ y = 2\sqrt{2}\sin^3 t \end{cases};$
6) $\rho = 4\cos^3 3\varphi,\ \rho \ge 2.$

В.8 1) $y = x^2 - 2x + 3,\ y = 6;$
2) $y = \sin x,\ y = -2\sin x,$
$0 \le x \le \frac{2\pi}{3};$
3) $y = \frac{2}{x},\ x = 1,\ y = 1;$
4) $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1,\ \frac{x^2}{4} - y^2 = 1;$
5) $\begin{cases} x = a\,(t - \sin t) \\ y = a\,(1 - \cos t) \end{cases},$
$0 \le t \le 2\pi;$
6) $\rho = 2\cos 2\varphi.$

B.9 1) $y=-x^2+5,\ y=x+3$;
2) $y=\cos 2x,\ y=0,\ 0\le x\le\pi$;
3) $y=\frac{1}{x^2},\ y=0,\ -1\le x\le 1$;
4) $y=e^x,\ y=e^{-x},\ x=1$;
5) $\begin{cases} x=a\cos^3 t \\ y=b\sin^3 t \end{cases}$;
6) $\rho=2a\cos 3\varphi$.

B.10 1) $y=0$,
$y=\begin{cases} 2\cos x, & -\frac{\pi}{2}\le x\le 0 \\ -x+2, & 0<x\le 2 \end{cases}$;
2) $y=e^{2x},\ y=0,\ x=0,\ x=2$;
3) $y=\sqrt{|x|},\ y=0,\ x=-4$,
$x=1$;
4) $y=2x^2,\ y=2\sqrt{x}$;
5) $\begin{cases} x=6\cos t \\ y=4\sin t \end{cases},\ y\ge 2\sqrt{3}$;
6) $r=1+\sqrt{2}\cos\varphi$.

B.11 1) $y=\frac{4}{x^2},\ x=1,\ y=x-1$;
2) $y=\sqrt{|x|},\ y=0,\ x=-9$,
$x=4$;
3) $y=0$,
$y=\begin{cases} x+2, & -2\le x\le 0 \\ 2\cos x, & 0<x\le\frac{\pi}{2} \end{cases}$;
4) $y=x\,(x-1)^2,\ y=0$;
5) $\begin{cases} x=2\cos t \\ y=6\sin t \end{cases},\ y\ge 3$;
6) $r=2\cos\varphi$.

B.12 1) $y=-x^2+3,\ y=2x$;
2) $y=\cos x,\ y=-2\cos x$,
$-\frac{\pi}{6}\le x\le\frac{\pi}{2}$;
3) $y=e^{-x},\ y=1,\ x=-2$;
4) $y=x-x^2\sqrt{x},\ y=0$;
5) $\begin{cases} x=2\cos t-\cos 2t \\ y=2\sin t-\sin 2t \end{cases}$;
6) $\rho=3\sin 2\varphi$.

B.13 1) $y=3x^2,\ y=5-2x^2$;
2) $y=\sin x,\ y=0,\ x=\frac{2\pi}{3}$,
$0\le x\le\frac{2\pi}{3}$;
3) $y=-\frac{2}{x},\ x=-2,\ x=-1$;
4) $(y-x)^2=x^5,\ x=4$;
5) $\begin{cases} x=a\,(2\cos t-\cos 2t) \\ y=a\,(2\sin t-\sin 2t) \end{cases}$;
6) $r=a\sin 3\varphi$.

B.14 1) $y=x^2+1,\ y=-x^2+3$;
2) $y=\sin x,\ y=\cos x,\ y=0$;
3) $y=\frac{1}{1+x^2},\ y=\frac{x^2}{2}$;
4) $y=3x^{\frac{1}{3}},\ y=0,\ x=1,\ x=8$;
5) $\begin{cases} x=2t-\sin t \\ y=2-\cos t \end{cases}$;
6) $r^2=\sin 4\varphi$.

B.15 1) $y=x^2,\ y=-x^2+2$;
2) $y=\begin{cases} 2\cos x, & -\frac{\pi}{2}\le x\le 0 \\ -x+2, & 0<x\le 2 \end{cases}$,
$y=0$;
3) $y=e^x,\ y=1,\ x=2$;
4) $y^2=(1-x^2)^3$;
5) $x=\cos t,\ y=3\sin t\cos^2 t$;
6) $r=a\sin\varphi\cos^2\varphi,\ a>0$.

II. Найти длину дуги, заданной уравнениями:

B.1 1) $y=2-e^x,\ \frac{1}{2}\ln 3\le x\le\frac{1}{2}\ln 8$;
2) $\rho=8\cos\varphi,\ 0\le\varphi\le\frac{\pi}{4}$;
3) $\begin{cases} x=6\,(\cos t+t\sin t) \\ y=6\,(\sin t-t\cos t) \end{cases}$,
$0\le t\le\pi$.

B.2

1) $y = x^2 - 2x + 3,\ 0 \le x \le 1;$
2) $r = 3\,(1 + \cos\varphi);$

3) $\begin{cases} x = 4\sqrt{2}\sin t \\ y = \sin 2t \end{cases}.$

В.3 1) $y = \frac{4}{9}\,(2 - x)^3\,,\ x = 1;$
2) $r = \frac{4\sin^2\varphi}{\cos\varphi},\ 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{4};$

3) $\begin{cases} x = t^2 \\ y = \frac{t}{3}\,(t^2 - 3) \end{cases}.$

В.4 1) $y = \sqrt{x - x^2} + \arcsin\sqrt{x};$
2) $r = 2\sin^3\frac{\theta}{3};$

3) $\begin{cases} x = \sqrt{2}\sin t \\ y = \cos t \end{cases}.$

В.5 1) $y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2},\ 1 \le x \le 3;$
2) $r = 4\,(\sin\varphi + \cos\varphi);$

3) $\begin{cases} x = \cos^5 t \\ y = \sin^5 t \end{cases}.$

В.7 1) $y = \ln\cos x,\ 0 \le x \le \frac{\pi}{6};$
2) $r = 5\,(1 - \cos\varphi)\,,$
$0 \le \varphi \le \frac{\pi}{3};$

3) $\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 4\sin t \end{cases}.$

В.8 1) $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2} + 3,$
$0 \le x \le 1;$
2) $r = 4\varphi,\ 0 \le \varphi \le \frac{3}{4};$

3) $\begin{cases} x = 2\,(\cos t + \sin t) \\ y = 2\,(-\cos t + \sin t) \end{cases},$
$\frac{\pi}{4} \le t \le \frac{3\pi}{4}.$

В.9 1) $y = 2 - e^x,\ \frac{1}{2}\ln 3 \le x \le \frac{1}{2}\ln 8;$
2) $r = 8\cos\varphi,\ 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{4};$

3) $\begin{cases} x = 6\,(\cos t + \sin t) \\ y = 6\,(\sin t - \cos t) \end{cases},$
$0 \le t \le \pi.$

В.10 1) $y = 1 - \ln\sin x,\ \frac{\pi}{3} \le x \le \frac{\pi}{2};$
2) $r = 2\varphi,\ 0 \le \varphi \le \frac{3}{4};$

3) $\begin{cases} x = 4\,(t - \sin t) \\ y = 4\,(1 - \cos t) \end{cases}.$

В.11 1) $y = \sqrt{1 - x^2} + \arccos x,$
$0 \le x \le \frac{8}{9};$
2) $r = 2\sin\varphi,\ 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{6};$

3) $\begin{cases} x = 2\cos^3 t \\ y = 2\sin^3 t \end{cases}.$

В.12 1) $y = \ln x,\ \sqrt{3} \le x \le \sqrt{8};$
2) $r = 2 + \cos\varphi;$

3) $\begin{cases} x = (t^2 - 2)\sin t + 2t\cos t \\ y = (2 - t^2)\cos t + 2t\sin t \end{cases},$
$0 \le t \le \frac{\pi}{2}.$

В.13 1) $y = \mathrm{ch}x,\ 0 \le x \le 2;$
2) $r = \frac{1}{\varphi},\ \frac{3}{4} \le \varphi \le \frac{4}{3};$

3) $\begin{cases} x = 3\,(\cos t + t\sin t) \\ y = 3\,(\sin t - t\cos t) \end{cases},$
$0 \le t \le \pi.$

В.14 1) $x^2 + y^2 = R^2;$
2) $r = 2\,(1 - \cos\varphi)\,,$
$\frac{\pi}{2} \le \varphi \le \pi;$

3) $\begin{cases} x = e^t\,(\cos t + \sin t) \\ y = e^t\,(\cos t - \sin t) \end{cases},$
$0 \le t \le \frac{3\pi}{2}.$

В.15 1) $y = \arcsin x - \sqrt{1 - x^2},$
$0 \le x \le \frac{15}{16};$
2) $\rho = 6e^{\frac{12}{5}\varphi},\ -\frac{\pi}{2} \le \varphi \le \frac{\pi}{2};$

3) $\begin{cases} x = 10\cos^3 t \\ y = 10\sin^3 t \end{cases}.$

III. Вычислить объем тела, полученного от вращения вокруг оси a) OX, b) OY трапеции, заданной уравнениями:

B.1 a) $xy = 4,\ y = 0,\ x = 1,\ x = 4;$
b) $(y-3)^2 = 3x,\ x = 3.$

B.2 a) $4x^2 + y^2 = 4;$
b) $x = e^t \sin t,\ y = e^t \cos t,\ 0 \le t \le \frac{\pi}{2}.$

B.3 a) $y = \sqrt{x}e^x,\ x = 1,\ y = 0;$
b) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1,\ y = \sqrt{2},\ y = -\sqrt{2}.$

B.4 a) $y = x^2,\ y = 1,\ x = 2;$
b) $y = \arccos x,\ y = \arcsin x,\ x = 0.$

B.5 a) $y = x^2 - 6,\ y = 0;$
b) $y = (x-2)^2,\ x = 3,\ y = 0.$

B.6 a) $y = -x^2 + \sqrt{x} - 6,\ y = 0;$
b) $y = \arccos \frac{x}{3},\ y = \arccos x,\ y = 0.$

B.7 a) $y = x^2 + 2,\ x = 1,\ y = 1;$
b) $y = \ln x,\ x = 2,\ y = 0.$

B.8 a) $y = 2x - x^2,\ y = -x + 2;$
b) $y = x^3,\ y = x^2.$

B.9 a) $y = 1 - x^2,\ y = x^2 + 2,\ x = 0,\ x = 1;$
b) $y = x^3,\ y = x.$

B.10 a) $y = -x^2 + 5x - 6,\ y = 0;$
b) $y = x^2,\ x = 2,\ y = 0.$

B.11 a) $y = 5\cos x,\ y = \cos x,\ x = 0;$
b) $y = x^2,\ y = x,\ x = 0,\ x = 1.$

B.12 a) $y = x^2,\ y^2 = x;$
b) $y = \arccos x,\ y = \arcsin x,\ y = 0.$

B.13 a) $y = \mathrm{tg} x,\ y = \mathrm{ctg} x,\ x = \frac{\pi}{6};$
b) $y = \frac{x^2}{4},\ y = 1,\ y = 5.$

B.14 a) $y = 2x - x^2,\ y = 4x - 2x^2;$
b) $y = \arcsin \frac{x}{5}.$

B.15 a) $x^2 (y-2)^2 = 1;$
b) $y = (x-1)^2,\ x = 2,\ y = 0.$

IV. Вычислите интегралы:

B.1 1) $\displaystyle\int\limits_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{x^3 dx}{\sqrt{1-x^2}};$

2) $\displaystyle\int\limits_0^{\pi} \left(2x^2 + 4x + 7\right) \cos 2x dx;$

3) $\displaystyle\int\limits_1^{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^5} dx;$

4) $\displaystyle\int\limits_0^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)(4+x^2)};$

5) $\displaystyle\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{x dx}{\sqrt{x-x^2}}.$

B.2 1) $\displaystyle\int\limits_{-3\pi}^{0} \left(x^2+6x+9\right)\sin 2x dx;$

2) $\displaystyle\int\limits_{0}^{\infty} xe^{-2x}dx;$

3) $\displaystyle\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2}dx;$

4) $\displaystyle\int\limits_{0}^{\frac{\sqrt{3}}{3}} \frac{dx}{\sqrt{\left(1+x^2\right)^3}};$

5) $\displaystyle\int\limits_{1}^{2} \frac{dx}{\sqrt{4x-3x^2}}.$

B.3 1) $\displaystyle\int\limits_{0}^{2\pi} \left(3x^2+5\right)\cos 2x dx;$

2) $\displaystyle\int\limits_{0}^{1} x^3\sqrt{\left(1-x^2\right)^3}dx;$

3) $\displaystyle\int\limits_{0}^{\infty} e^{-x}\cos x dx;$

4) $\displaystyle\int\limits_{0}^{\sqrt{3}} x\sqrt[3]{1+x^2}dx;$

5) $\displaystyle\int\limits_{1}^{2} \frac{dx}{\sqrt{3x-2-x^2}}.$

B.4 1) $\displaystyle\int\limits_{0}^{2\pi} \left(3-7x^2\right)\cos 2x dx;$

2) $\displaystyle\int\limits_{0}^{\sqrt{3}} \frac{x^3dx}{\sqrt{1+x^2}};$

3) $\displaystyle\int\limits_{0}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{x^2dx}{\sqrt{\left(1-x^2\right)^3}};$

4) $\displaystyle\int\limits_{0}^{\infty} \frac{\sqrt{x}dx}{\left(x+4\right)^2};$

5) $\displaystyle\int\limits_{0}^{1} \frac{x^5dx}{\sqrt{1-x^2}}.$

B.5 1) $\displaystyle\int\limits_{-4\pi}^{0} \left(x^2+7x+12\right)\cos x dx;$

2) $\displaystyle\int\limits_{0}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{x^2dx}{\sqrt{1-x^2}};$

3) $\displaystyle\int\limits_{0}^{1} \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^5}dx;$

4) $\displaystyle\int\limits_{0}^{\infty} \frac{dx}{\left(1+x^2\right)^3};$

5) $\displaystyle\int\limits_{0}^{1} \frac{x^3dx}{\sqrt{1-x^2}}.$

B.6 1) $\displaystyle\int\limits_{0}^{1} x^2e^{3x}dx;$

2) $\displaystyle\int\limits_{0}^{\infty} x^2e^{-\frac{3}{2}}dx;$

3) $\int\limits_0^{\sqrt{2}} \frac{x^2dx}{\sqrt{(4-x^2)^3}}$;

4) $\int\limits_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{(9+x^2)^3}}$;

5) $\int\limits_0^{4} \frac{x^2dx}{\sqrt{16-x^2}}$.

B.7 1) $\int\limits_{-2}^{0} \left(x^2+2\right) e^{\frac{x}{2}} dx$;

2) $\int\limits_0^{\infty} e^{-x}\cos x dx$;

3) $\int\limits_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3dx}{\sqrt{(4-x^2)^3}}$;

4) $\int\limits_0^{4\sqrt{3}} \frac{x^3dx}{\sqrt{(16+x^2)^3}}$;

5) $\int\limits_2^{3} \frac{xdx}{\sqrt{6x-8-x^2}}$.

B.8 1) $\int\limits_0^{\pi} \left(x^2-3x+2\right)\sin x dx$;

2) $\int\limits_0^{2} x\sqrt[3]{4-x^2}dx$;

3) $\int\limits_0^{\sqrt{3}} x\sqrt[3]{(1+x^2)^3}$;

4) $\int\limits_0^{\infty} \frac{dx}{(4+x^2)^2}$;

5) $\int\limits_0^{1} \ln(1-x)\,dx$.

B.9 1) $\int\limits_{-\pi}^{0} \left(x^2+4x+3\right)\cos x dx$;

2) $\int\limits_{\sqrt{2}}^{1} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2}dx$;

3) $\int\limits_{\frac{2}{\sqrt{3}}}^{1} \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^4}$;

4) $\int\limits_0^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{(1+x)^2}dx$;

5) $\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{dx}{\sqrt{x-x^2}}$.

B.10 1) $\int\limits_{-2\pi}^{0} (x+2)^2\cos 3x dx$;

2) $\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4}dx$;

3) $\int\limits_1^{\frac{\sqrt{2}}{3}} \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^4}dx$;

4) $\int\limits_0^{\infty} \frac{xdx}{(1+x)^4}$;

5) $\int\limits_0^{1} \ln x dx$.

B.11 1) $\int\limits_1^2 x\ln^2 x dx;$

3) $\int\limits_1^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^3}dx;$

4) $\int\limits_0^{\infty} \frac{dx}{e^x+1};$

2) $\int\limits_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3dx}{\sqrt{4-x^2}};$

5) $\int\limits_1^2 \frac{xdx}{\sqrt{4x-3-x^2}}.$

B.12 1) $\int\limits_1^{e^2} \frac{\ln^2 x}{\sqrt{x}};$

3) $\int\limits_{2\sqrt{3}}^2 \frac{\sqrt{4+x^2}}{x^4};$

4) $\int\limits_0^{\infty} \frac{\sqrt{x}dx}{(9+x)^2};$

2) $\int\limits_0^2 x\sqrt{(4-x^2)^3}dx;$

5) $\int\limits_0^2 \frac{x^4dx}{\sqrt{4-x^2}}.$

B.13 1) $\int\limits_0^{2\pi} \left(1-8x^2\right)\cos 4xdx;$

3) $\int\limits_{\frac{\sqrt{3}}{3}}^1 \frac{dx}{x^2\sqrt{x^2+1}};$

4) $\int\limits_0^{\infty} \frac{dx}{x^2+2x+4};$

2) $\int\limits_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{x^3dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}};$

5) $\int\limits_1^2 \frac{dx}{\sqrt{3x-2-x^2}}.$

B.14 1) $\int\limits_1^e \sqrt{x}\ln^2 xdx;$

4) $\int\limits_0^{\infty} \frac{dx}{(9-x^2)^2};$

2) $\int\limits_0^2 x\sqrt[3]{(4-x^2)^3}dx;$

5) $\int\limits_2^3 \frac{dx}{\sqrt{6x-8-x^2}}.$

3) $\int\limits_0^{3\sqrt{3}} \frac{x^3dx}{\sqrt{9+x^2}};$

B.15 1) $\int\limits_0^{\pi} \left(8x^2+16x+17\right)\cos 4xdx;$

2) $\int\limits_{\infty}^1 x^2\sqrt{(1-x^2)^3}dx;$

3) $\int\limits_{1}^{2\sqrt{3}} \frac{\sqrt{(x^2-1)^3}}{x^6}dx;$

4) $\int\limits_{0}^{\infty} x^2 e^{-x} dx;$

5) $\int\limits_{0}^{1} \frac{x^4 dx}{\sqrt{1-x^2}}.$

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания индивидуальной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов;	"Отлично"
- все задания индивидуальной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решено не менее 65% всех заданий индивидуальной работы; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий;	"Удовлетворительно"
- решено менее 65% заданий работы; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	Неудовлетворительно.

Оценочное средство

Коллоквиум №1

1) Понятие первообразной и неопределенного интеграла.
2) Теорема о множестве всех первообразных.
3) Свойства неопределенного интеграла.
4) Таблица интегралов.
5) Метод интегрирования путем подведения к табличным интегралам.
6) Теорема о замене переменной.
7) Метод подведения под знак дифференциала.
8) Теорема об интегрировании по частям.
9) Метод интегрирования по частям.
10) Циклические интегралы. Рекуррентная формула.
11) Интегрирование различных видов простейших дробей.
12) Интегрирование правильных дробей.
13) Интегрирование рациональных функций (в том числе неправильных дробей).
14) Метод неопределенных коэффициентов.
15) Интегрирование простейших иррациональностей и других иррациональных выражений.
16) Подстановки Эйлера.
17) Биномиальные дифференциалы.
18) Интегрирование тригонометрических функций.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
Студент может ответить на не менее, чем 80% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, не используя лекционную тетрадь.	"Отлично"
Студент может ответить на не менее, чем 70% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, используя лекционную тетрадь.	"Хорошо"
Студент может ответить на не менее, чем 60% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем.	"Удовлетворительно"
Студент может ответить на менее, чем 60% вопросов коллоквиума.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Коллоквиум №2

1) Понятие определенного интеграла. Необходимый признак интегрируемости.
2) Суммы Дарбу и их свойства.
3) Критерий интегрируемости функций.
4) Классы интегрируемых функций.
5) Свойства определенного интеграла, выраженные равенствами.
6) Свойства определенного интеграла, выраженные неравенствами.
7) Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства.
8) Формула Ньютона-Лейбница.
9) Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.
10) Квадрируемые фигуры. Критерий квадрируемости.
11) Площадь плоской фигуры в прямоугольной системе координат и при параметрическом задании кривой.
12) Площадь плоской фигуры в полярной системе координат.
13) Вычисление объемов тел.
14) Функции ограниченной вариации и их свойства.
15) Длина дуги в прямоугольной системе координат.
16) Длина дуги при параметрическом задании кривой и в полярной системе координат.
17) Площадь поверхности тел вращения.
18) Физическое применение определенного интеграла.
19) Интеграл Стилтьеса.
20) Несобственные интегралы 1 рода.
21) Несобственные интегралы 2 рода.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
Студент может ответить на не менее, чем 80% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, не используя лекционную тетрадь.	"Отлично"
Студент может ответить на не менее, чем 70% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, используя лекционную тетрадь.	"Хорошо"
Студент может ответить на не менее, чем 60% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем.	"Удовлетворительно"
Студент может ответить на менее, чем 60% вопросов коллоквиума.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Коллоквиум №3

1) Основные понятия темы "Числовые ряды".
2) Арифметические и геометрические ряды.
3) Основные свойства числовых рядов.
4) Необходимый признак сходимости.
5) Гармонический и обобщенный гармонический ряды.
6) Критерий сходимости числового ряда.
7) Критерий сходимости знакоположительного ряда.
8) Признаки сходимости знакоположительных рядов.
9) Признак Лейбница для знакочередующихся рядов.
10) Абсолютно и условно сходящиеся ряды.
11) Функциональные последовательности и ряды.
12) Равномерная сходимость функционального ряда.
13) Свойства суммы функционального ряда.
14) Степенные ряды. Теорема Абеля.
15) Интервал сходимости степенного ряда.
16) Разложение в ряд Тейлора функции.
17) Разложение в ряд Тейлора функций.
18) Разложение в ряд Тейлора функции (биномиальный ряд).
19) Разложение в ряд Тейлора функции (логарифмический ряд).
20) Разложение в ряд Тейлора обратных тригонометрических функций.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
Студент может ответить на не менее, чем 80% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, не используя лекционную тетрадь.	"Отлично"
Студент может ответить на не менее, чем 70% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, используя лекционную тетрадь.	"Хорошо"
Студент может ответить на не менее, чем 60% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем.	"Удовлетворительно"
Студент может ответить на менее, чем 60% вопросов коллоквиума.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Контрольная работа №1

Контрольная работа №1

I. Вычислите неопределенные интегралы:

В.1 1) $\int\left(\frac{x^2}{1+x^6}+e^{5-3x}\right)dx$;

2) $\int\frac{x+\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[6]{x}}{\left(\sqrt[3]{x}+1\right)x}dx$;

3) $\int\frac{dx}{6x^2+x-2}$;

4) $\int\sqrt{x}\mathrm{arctg}\sqrt{x}dx$;

5) $\int\sin 2x\cdot\cos 3xdx$.

В.2 1) $\int\left((x+2)^{15}+\mathrm{tg}x\right)dx$;

2) $\int(x+1)\cos 2xdx$;

3) $\int\frac{3x+1}{(x+1)(x^2+1)^2}dx$;

4) $\int\frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt{x}}$;

5) $\int\frac{\cos^3 xdx}{1+\sin x}$.

В.3 1) $\int\left((2+3x)^{14}-\frac{1}{\sin^2(9x+1)}\right)dx$;

2) $\int(x+1)e^x dx$;

3) $\int\frac{x^2-5x+9}{x^2-5x+6}dx$;

4) $\int\frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[4]{x}}$;

5) $\int\cos\frac{x}{4}\sin\frac{x}{3}dx$.

В.4 1) $\int\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-\frac{1}{\sin 2x}\right)dx$;

2) $\int(4x-1)\ln xdx$;

3) $\int\frac{dx}{x(x^2+1)}$;

4) $\int\frac{xdx}{\sqrt{x}+x\sqrt{x}}$;

5) $\int\frac{\sin^4 x}{\cos^6 x}dx$.

В.5 1) $\int\left(tg4x-xe^{x^2}\right)dx$;

2) $\int(2x+3)\sin xdx$;

3) $\int\frac{x^4+3x^3-1}{x^2+2x+1}dx$;

4) $\int x^2\sqrt[3]{(x+1)^2}dx$;

5) $\int\frac{\sin^3 x}{\cos^8 x}dx$.

В.6 1) $\int\frac{xdx}{(x-2)^2}$;

2) $\int\cos\left(2x-\frac{3\pi}{4}\right)\cos\left(4x+\frac{7\pi}{4}\right)dx$;

3) $\int(1-3x)\cos xdx$;

4) $\int\left(\frac{4}{\cos^2\left(4x-\frac{\pi}{3}\right)}-\frac{2}{\sqrt{x^2-4}}\right)dx$;

5) $\int\frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}\left(1+2\sqrt[3]{x}\right)^3}$.

В.7 1) $\int\left(\frac{1}{\sqrt[4]{9x-7}}+6^{5x+2}\right)dx$;

2) $\int\frac{\left(x^2+2\right)dx}{(x+1)^2(x-1)}$;

3) $\int(3-4x)\cos xdx$;

4) $\int\frac{dx}{\sqrt[6]{x^5}+4\sqrt{x}}$;

5) $\int\frac{dx}{(1+\cos x)\sin x}$.

В.8 1) $\int\left(\frac{1}{\cos 2x}-\frac{x^2}{\sqrt[3]{1-x^3}}\right)dx$;

2) $\int\left(x^2+2x\right)e^x dx$;

3) $\int\frac{x^2-7x-6}{(x^2+9)(x-3)}dx$;

4) $\int\frac{x+\sqrt{x}+\sqrt[3]{x^2}}{x\left(1+\sqrt[3]{x}\right)}dx$;

5) $\int\frac{dx}{4\cos x-3\sin x-5}$.

В.9

1) $\int \left(\sqrt[3]{(x+1)^5} - \frac{x}{x^2+3}\right) dx;$

2) $\int \ln x dx;$

3) $\int \frac{x^2 dx}{x^2-6x+10};$

4) $\int \frac{dx}{3x+\sqrt[3]{x^2}};$

5) $\int \cos^3 x \sin^8 x dx.$

В.10 1) $\int \left(\frac{x^2}{x^3+3} - \frac{1}{x^2+4}\right) dx;$

2) $\int \mathrm{arctg} x dx;$

3) $\int \frac{x^3-2x^2+3}{(x-1)^2} dx;$

4) $\int \frac{1-2\sqrt{x}}{1+2\sqrt{x}} dx;$

5) $\int \sin^4 \frac{x}{8} dx.$

В.11 1) $\int \left(\frac{x^7}{x^8+7} - \frac{1}{3x^2-12}\right) dx;$

2) $\int x^3 e^x dx;$

3) $\int \frac{x+1}{x^2+2x+10} dx;$

4) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{x+\sqrt[3]{x^2}};$

5) $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x} dx.$

В.12 1) $\int \left(\frac{9-x}{3+\sqrt{x}} + \frac{1}{\sin^2 3x}\right) dx;$

2) $\int (3x+4)\, e^{3x} dx;$

3) $\int \frac{\left(x^2+x-2\right) dx}{(x-2)(x^2-2x+4)};$

4) $\int \frac{\left(x+\sqrt[6]{x}\right) dx}{x\left(1+\sqrt[3]{x}\right)};$

5) $\int \sin^4 x \cos^2 x dx.$

В.13 1) $\int \left(\frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} + \frac{x}{x^2+1}\right) dx;$

2) $\int \frac{x dx}{\cos^2 2x};$

3) $\int \frac{(3x-1) dx}{x^2-x+1};$

4) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt[3]{x}\right)};$

5) $\int \frac{dx}{\cos x \sin^3 x}.$

В.14 1) $\int \left(\frac{x^4+5x\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \cos 3x\right) dx;$

2) $\int e^{x^2} x dx;$

3) $\int \frac{x^4+x+4}{x^4+4x^2} dx;$

4) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[4]{x^3}+1}.$

5) $\int \frac{dx}{\sin x \cos^3 x}.$

В.15 1) $\int \left(\frac{x^4}{\sqrt{4+x^5}} + \mathrm{ctg} x\right) dx;$

2) $\int (x^2+1)\, e^x dx;$

3) $\int \frac{2x^2-4x+24}{3x^3-24} dx;$

4) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[4]{x^3}+1}.$

5) $\int \mathrm{tg}^5 x dx.$

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания контрольной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов.	"Отлично"
- все задания контрольной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решены не менее 60% всех задач в контрольной работе; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий.	"Удовлетворительно"
- количество верно решенных задач – менее 60%; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Контрольная работа №2

Контрольная работа № 2

I. Вычислите определенные интегралы:

В.1 1) $\int\limits_0^1 \frac{e^x dx}{1+e^{2x}}$; 2) $\int\limits_2^5 \frac{dx}{\sqrt{5+4x-x^2}}$.

В.2 1) $\int\limits_0^{\pi} \sin 9x \cos 3x dx$; 2) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x-1}$.

В.3 1) $\int\limits_0^{\frac{1}{2}} \arcsin x dx$; 2) $\int\limits_0^3 \ln(x+3)\, dx$.

В.4 1) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x \sin 2x dx$; 2) $\int\limits_0^{e-1} \ln(x+1)\, dx$.

В.5 1) $\int\limits_0^a \sqrt{a^2-x^2} dx$; 2) $\int\limits_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} dx$.

В.6 1) $\int\limits_{\ln 2}^{2\ln 2} \frac{dx}{e^x-1}$; 2) $\int\limits_{\frac{1}{\pi}}^{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin\frac{1}{x}}{x^2} dx$.

В.7 1) $\int \frac{dx}{1+e^x}$; 2) $\int \frac{dx}{1-\sin x}$.

В.8 1) $\int \frac{dx}{1+e^x}$; 2) $\int \frac{dx}{1-\sin x}$.

В.9 1) $\int\limits_0^1 \frac{x dx}{1+\sqrt{x}}$; 2) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x dx$.

В.10 1) $\int\limits_0^1 x e^{-x} dx$; 2) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} ctg^4 \varphi d\varphi$.

В.11 1) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x+\sin x}{1+\cos x} dx$; 2) $\int\limits_1^2 \frac{dx}{\sqrt{2x+x^2}}$.

В.12 1) $\int\limits_0^1 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$; 2) $\int\limits_0^{2\pi} \frac{dx}{5-3\cos x}$.

В.13 1) $\int\limits_0^{\ln 2} \sqrt{e^x-1} dx$ 2) $\int\limits_0^{\sqrt{2}} \frac{x^2 dx}{\sqrt{(4-x^2)^3}}$.

В.14

1) $\int\limits_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx;$ 2) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin \sqrt{x} dx.$

В.15 1) $\int\limits_1^e \sqrt{x} \ln^2 x dx;$ 2) $\int\limits_0^{\frac{3}{\pi}} 3x \sin 2x dx.$

II. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

В.1 $y^2 = 16 - 8x,\ y^2 = 24x + 48.$

В.2 $y^2 = x,\ y = x^2.$

В.3 $y = \ln\left(x^2 - 1\right),\ 2 \le x \le 3.$

В.4 $y = \ln x,\ y = 0,\ x = e.$

В.5 $y = 0,25x^2,\ y = 3x - 0,5x^2.$

В.6 $xy = 4,\ x + y - 5 = 0.$

В.7 $x^2 - 3x = y,\ y + 3x - 4 = 0.$

В.8 $y^2 = 16x,\ y = 4x.$

В.9 $y = 2x - x^2,\ y = -x.$

В.10 $y = \sqrt{|x|},\ y = 0,\ x = -4,$
$x = 1.$

В.11 $x = 1 - 3y^2,\ x = -2y^2.$

В.12 $y = x^2 \ln x,\ y = 0.$

В.13 $y = \arccos x,\ y = 0,\ x = 0.$

В.14 $x = a \cos t,\ y = b \sin t;$

В.15 $y = 4 - (x - 1)^2,$
$y = (x - 2)^2 - 1.$

III. Вычислите длину дуги кривой, заданной уравнением:

В.1 $x = \cos^5 t,\ y = \sin^5 t.$

В.2 $y = 2\sqrt{x},\ 0 \le x \le 1.$

В.3 $x^2 + y^2 = R^2.$

В.4 $r = a\varphi.$

В.5 $y = \ln \sin x,\ \frac{\pi}{3} \le x \le \frac{\pi}{2}.$

В.6 $x = t^2,\ y = \frac{t}{3}\left(t^2 - 3\right).$

В.7 $r = 1 - \cos\varphi.$

В.8 $r = 3\varphi,\ 0 \le \varphi \le \frac{4}{3}.$

В.9 $y = 1 - \ln \cos x,\ 0 \le x \le \frac{\pi}{4}.$

В.10 $y = \ln\left(x^2 - 1\right),\ 2 \le x \le 3.$

В.11 $x = a\left(2\cos t - \cos 2t\right),$
$y = a\left(2\sin t - \sin 2t\right).$

В.12 $y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2},\ 1 \le x \le 2.$

В.13 $y = \sqrt{2}e^{\varphi},\ 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{3}.$

В.14 $y = \ln x$ от $\left(\sqrt{3};\ \ln\sqrt{3}\right)$ до $\left(\sqrt{8};\ \ln\sqrt{8}\right).$

В.15 $r = a\cos^3 \frac{\varphi}{3},\ 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{4}.$

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания контрольной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов.	"Отлично"
- все задания контрольной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решены не менее 60% всех задач в контрольной работе; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий.	"Удовлетворительно"
- количество верно решенных задач – менее 60%; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Контрольная работа №3

Контрольная работа № 3

Вариант 1

1. Найти сумму ряда:
   $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}+\ldots+\frac{(-1)^{n-1}}{2^{n-1}}+\ldots;$
2. Исследовать на сходимость:
   а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3n}{(2n+1)!!};$
   б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n}{\sqrt{n^6+1}};$
   в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\cos(\frac{\pi}{n+1})}{3^n};$
3. Исследуйте характер сходимости:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}\cdot n^5}{n!};$
4. Найдите область сходимости:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n\cdot 3^n};$
5. Разложить в ряд по степеням (x-2) функцию:
   $y = \frac{1}{1-x};$
6. Вычислить с точностью до 0.001:
   $\cos 0.3$

Вариант 2

1. Найти сумму ряда:
   $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{2^n}+\frac{1}{3^n}\right)+\ldots;$
2. Исследовать на сходимость:
   а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{2^n(2n+1)};$
   б) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{(2n-3)^2}};$
   в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3n+1}{5n-1};$
3. Исследуйте характер сходимости:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1};$
4. Найдите область сходимости:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n!}\left(\frac{n}{e}\right)^n x^n;$
5. Разложить в степенной ряд функцию:
   $y = x\cos 3x;$
6. Вычислить с точностью до 0.001:
   $\int\limits_0^1 e^{-x^2}dx$

Вариант 3

1. Найти сумму ряда:
   $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}+\ldots;$
2. Исследовать на сходимость:
   а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{4n-3}{\sqrt{n3^n}};$
   б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{10^{n+1}}{n^n};$
   в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^2+1}};$
3. Исследуйте характер сходимости:
   $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{\cos n\alpha}{2^n};$
4. Найдите область сходимости:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}x^n;$
5. Разложить по степеням x функцию:
   $y = \frac{x}{(1-x)^2};$
6. Вычислить с точностью до 10^{-4} :
   $\sin 18^\circ$

Вариант 4

1. Найти сумму ряда:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n-2)(3n+1)};$

2. Исследовать на сходимость:

   а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n(n+1)}$;

   б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}}$;

   в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^{\frac{n}{5}}$;

3. Исследуйте характер сходимости:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(n+1)}$;

4. Найдите область сходимости:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$;

5. Разложить в степенной ряд, если $x_0 = 0$:
   $y = \arcsin x$;

6. Вычислить с точностью до 10^{-4} :
   $\ln 1.2$

Вариант 5

1. Найти сумму ряда:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2+3^n}{4^n}$;

2. Исследовать на сходимость:

   а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{4^{2n+1}}{3^{3n-1}}$;

   б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{(2n)!!}$;

   в) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{\ln n}}$;

3. Исследуйте характер сходимости:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin(\frac{n\pi}{3})$;

4. Найдите область сходимости:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n7^n}$;

5. Разложить в степенной ряд, если $x_0 = 0$:
   $y = \cos^2 x$;

6. Вычислить с точностью до 10^{-3} :
   $\ln 3$

Вариант 6

1. Найти сумму ряда:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)(3n+2)}$;

2. Исследовать на сходимость:

   а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n}$;

   б) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+3)\ln^2(n+3)}$;

   в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{10^{n+1}}{n^n}$;

3. Исследуйте характер сходимости:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n\sqrt[3]{n}}$;

4. Найдите область сходимости:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n^2}$;

5. Разложить в степенной ряд, если $x_0 = 0$:
   $y = \frac{1}{4-x^4}$;

6. Вычислить $\sqrt[10]{1000}$

Вариант 7

1. Найти сумму ряда:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2+2^n}{5^n}$;

2. Исследовать на сходимость:

   а) $1 + \frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{4}{7} + \ldots$;

   б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^2+1}$;

   в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(\frac{\pi}{n+2})}{3^n}$;

3. Исследуйте на сходимость ряд:
   $\frac{1}{\ln 2} - \frac{1}{2\ln 4} + \frac{1}{3\ln 6} - \frac{1}{4\ln 8} + \ldots$;

4. Найдите область сходимости:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}\left(\frac{x}{2}\right)^n$;

5. Разложить в степенной ряд, если $x_0 = 0$:
   $y = \ln(10 + x)$;

6. Вычислить $\sqrt{5}$

Вариант 8

1. Найти сумму ряда:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+3)(2n+5)}$;
2. Исследовать на сходимость:
а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^4-9}$;
б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot n!}{n^n}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt[3]{n+1}}$;
3. Исследуйте характер сходимости:
$\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2n+1}}$;
4. Найдите область сходимости:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n \cdot 10^{n-1}}$;
5. Разложить в степенной ряд, если $x_0 = 1$:
$y = e^{2x}$;
6. Вычислить с точностью до 0.001:
$\int\limits_0^{\frac{1}{3}} \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x^2}}$

Вариант 9

1. Найти сумму ряда:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2+(-1)^{n-1}2^n}{5^n}$;
2. Исследовать на сходимость:
а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n}$;
б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^6+1}}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(2n)!}$;
3. Исследуйте характер сходимости:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{\cos nx}{2^n}$;
4. Найдите область сходимости:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n+1)} \cdot x^n$;
5. Разложить в степенной ряд, если $x_0 = 0$:
$y = \ln(x^2+5x+6)$;
6. Вычислить с точностью до 0.001:
$\int\limits_0^1 \cos x^2 dx$

Вариант 10

1. Найти сумму ряда:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+2)}$;
2. Исследовать на сходимость:
а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{3n-1}\right)^{\frac{n}{2}}$;
б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-2)^n$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{7^n \cdot n!}{n^n}$;
3. Исследуйте характер сходимости:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}$;
4. Найдите область сходимости:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{(n+1)!} \cdot (x+5)^{2n+1}$;
5. Разложить в степенной ряд, если $x_0 = \frac{\pi}{2}$:
$y = \cos x$;
6. Вычислить с точностью до 0.001:
$\int\limits_0^{\frac{1}{2}} \frac{\arcsin x}{x} dx$

Вариант 11

1. Найти сумму ряда:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3+4^n}{7^n}$;
2. Исследовать на сходимость:
а) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n+1}$;
б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin^n\left(\frac{1}{2^{n-1}}\right)$;
в) $\frac{\ln 2}{4} + \frac{\ln 3}{9} + \frac{\ln 4}{16} + \frac{\ln 5}{25} + \ldots$;
3. Исследуйте характер сходимости:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln(n+1)}$;
4. Найдите область сходимости:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{(x-4)^{2n-1}}{2n-1}$;

5. Разложить в степенной ряд, если $x_0 = 0$:
   $y = \int\limits_0^x e^{-t^2} dt$;

6. Вычислить $\sqrt[3]{10}$

Вариант 12

1. Найти сумму ряда:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+2)}$;

2. Исследовать на сходимость:
   а) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$;
   б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n \cdot 2^n}$;
   в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n}{n^3+1}}$;

3. Исследуйте характер сходимости:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\alpha}{5^n}$;

4. Найдите область сходимости:
   $1 + 2!x + 3!x^2 + 4!x^3 + \dots$;

5. Разложить в степенной ряд, если $x_0 = 0$:
   $y = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$;

6. Вычислить с точностью до 0.001:
   $\int\limits_{10}^{100} \frac{\ln(1+x)}{x} dx$

Вариант 13

1. Найти сумму ряда:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5+(-1)^n 4^n}{7^n}$;

2. Исследовать на сходимость:
   а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n(n+1)}$;
   б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n-1}\right)^n$;
   в) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{4n+1}}$;

3. Исследуйте характер сходимости:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^3}{2^n}$;

4. Найдите область сходимости:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(x+2)^n}$;

5. Разложить в степенной ряд, если $x_0 = 0$:
   $y = x \cos \sqrt{x}$;

6. Вычислить с точностью до 0.001:
   $\ln 2$

Вариант 14

1. Найти сумму ряда:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-3)(2n+1)}$;

2. Исследовать на сходимость:
   а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{(n+1)^2(n+2)^2}$;
   б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n+1}{5n}\right)^{3n}$;
   в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt[3]{(n+1)^5}}$;

3. Исследуйте характер сходимости:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2-1}}$;

4. Найдите область сходимости:
   $x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \dots$;

5. Разложить в степенной ряд, если $x_0 = 0$:
   $y = \ln \frac{1+x}{1-x}$;

6. Вычислить с точностью до 0.001:
   $\int\limits_0^{0.2} \sqrt[3]{1+x^2} dx$

Вариант 15

1. Найти сумму ряда:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n + 2^n}{6^n}$;

2. Исследовать на сходимость:
   а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(2n-1)!!}$;
   б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{2}{n}$;
   в) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}$;

3. Исследуйте характер сходимости: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{2n+1}{n(n+1)}$;

4. Найдите область сходимости: $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n\sqrt[3]{\sin^n x}$;

5. Разложить в степенной ряд, если $x_0 = 2$: $y = \frac{1}{x^2-4x+3}$;

6. Вычислить с точностью до 0.001: $\int\limits_0^1 \frac{\sin x}{x}dx$

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания контрольной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов.	"Отлично"
- все задания контрольной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решены не менее 60% всех задач в контрольной работе; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий.	"Удовлетворительно"
- количество верно решенных задач – менее 60%; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Вопросы к экзамену

1) Понятие первообразной и неопределенного интеграла.
2) Теорема о множестве всех первообразных.
3) Свойства неопределенного интеграла.
4) Таблица интегралов.
5) Метод интегрирования путем подведения к табличным интегралам.
6) Теорема о замене переменной.
7) Метод подведения под знак дифференциала.
8) Теорема об интегрировании по частям.
9) Метод интегрирования по частям.
10) Циклические интегралы. Рекуррентная формула.
11) Интегрирование различных видов простейших дробей.
12) Интегрирование правильных дробей.
13) Интегрирование рациональных функций (в том числе неправильных дробей).
14) Метод неопределенных коэффициентов.
15) Интегрирование простейших иррациональностей.
16) Вычисление интеграла вида $\int R(x, \dfrac{ax+b}{cx+d})dx$.
17) Подстановки Эйлера.
18) Биномиальные дифференциалы.
19) Интегрирование тригонометрических функций.
20) Понятие определенного интеграла. Необходимый признак интегрируемости.
21) Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости функций.
22) Классы интегрируемых функций.
23) Свойства определенного интеграла, выраженные равенствами.
24) Свойства определенного интеграла, выраженные неравенствами.
25) Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства.
26) Формула Ньютона-Лейбница.
27) Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.
28) Квадрируемые фигуры. Критерий квадрируемости.
29) Площадь плоской фигуры в прямоугольной системе координат и при параметрическом задании кривой.
30) Площадь плоской фигуры в полярной системе координат.
31) Вычисление объемов тел.
32) Функции ограниченной вариации и их свойства.
33) Длина дуги в прямоугольной системе координат.
34) Длина дуги при параметрическом задании кривой и в полярной системе координат.
35) Площадь поверхности тел вращения.
36) Физическое применение определенного интеграла.
37) Интеграл Стилтьеса.
38) Несобственные интегралы 1 рода.
39) Несобственные интегралы 2 рода.
40) Основные понятия темы "Числовые ряды".
41) Арифметические и геометрические ряды.
42) Основные свойства числовых рядов.

43) Необходимый признак сходимости.
44) Гармонический и обобщенный гармонический ряды.
45) Критерий Коши сходимости числового ряда.
46) Критерий Даламбера сходимости знакоположительного ряда.
47) Неравенства Гельдера и Минковского для конечных и бесконечных сумм.
48) Признак Лейбница для знакочередующихся рядов.
49) Абсолютно и условно сходящиеся ряды.
50) Функциональные последовательности и ряды.
51) Равномерная сходимость функционального ряда.
52) Свойства суммы функционального ряда.
53) Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал сходимости степенного ряда. Формула коши-Адамара
54) Разложение в ряд Тейлора функции $f(x)$.
55) Разложение в ряд Тейлора функций $e^x,\ \sin x,\ \cos x$.
56) Разложение в ряд Тейлора функции $(1+x)^\alpha$ (биномиальный ряд).
57) Разложение в ряд Тейлора функции $ln(1+x)$ (логарифмический ряд).
58) Разложение в ряд Тейлора обратных тригонометрических функций.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- студент знает формулировки определений и может привести несколько примеров к каждому определению; - студент знает формулировки всех утверждений и теорем; - студент знает план доказательства всех утверждений и теорем, умеет при необходимости провести подробное доказательство каждого пункта; - студент может ответить на дополнительные вопросы по курсу без предварительной подготовки. - студент может излагать ответы на вопросы экзамена у доски.	"Отлично"
- студент знает формулировки определений и может привести несколько примеров к каждому определению; - студент знает формулировки всех утверждений и теорем; - студент знает план доказательства всех утверждений и теорем, но испытывает затруднения при подробном изложении некоторых пунктов доказательства; - студент может ответить на дополнительные вопросы по курсу без предварительной подготовки.	"Хорошо"
- студент знает формулировки определений и может привести пример к каждому определению; - студент знает формулировки всех утверждений и теорем; - студент может ответить на дополнительные вопросы по курсу без предварительной подготовки.	"Удовлетворительно"
- студент не знает формулировки определений или не умеет приводить примеры для них; - студент не знает формулировки основных утверждений и теорем; - студент не может изложить ответ на заданные вопросы.	"Неудовлетворительно"

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 1

1. Понятие первообразной и неопределенного интеграла.
2. Функции ограниченной вариации и их свойства.

Подпись экзаменатора ________________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 2

1. Теорема о множестве всех первообразных.
2. Свойства суммы функционального ряда.

Подпись экзаменатора ________________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 3

1. Свойства неопределенного интеграла.
2. Арифметические и геометрические ряды.

Подпись экзаменатора ________________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 4

1. Таблица интегралов.
2. Необходимый признак сходимости.

Подпись экзаменатора ________________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 5

1. Метод интегрирования путем подведения к табличным интегралам.
2. Критерий Коши сходимости числового ряда.

Подпись экзаменатора ________________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 6

1. Теорема о замене переменной.
2. Гармонический и обобщенный гармонический ряды.

Подпись экзаменатора ________________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 7

1. Метод подведения под знак дифференциала.
2. Разложение в ряд Тейлора функции $(1+x)^\alpha$ (биномиальный ряд).

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 8

1. Теорема об интегрировании по частям.
2. Разложение в ряд Тейлора функции $ln(1+x)$ (логарифмический ряд).

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 9

1. Метод интегрирования по частям.
2. Разложение в ряд Тейлора обратных тригонометрических функций.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 10

1. Циклические интегралы. Рекуррентная формула.
2. Разложение в ряд Тейлора функции $f(x)$.

Подпись экзаменатора ________________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
11.12.2014г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 11

1. Интегрирование различных видов простейших дробей.
2. Равномерная сходимость функционального ряда.

Подпись экзаменатора ________________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 12

1. Интегрирование правильных дробей.
2. Площадь поверхности тел вращения.

Подпись экзаменатора ________________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 13

1. Интегрирование рациональных функций (в том числе неправильных дробей).
2. Признак Лейбница для знакочередующихся рядов.

Подпись экзаменатора ________________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 14

1. Метод неопределенных коэффициентов.
2. Длина дуги при параметрическом задании кривой и в полярной системе координат.

Подпись экзаменатора ________________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 15

1. Интегрирование простейших иррациональностей.
2. Вычисление объемов тел.

Подпись экзаменатора ________________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 16

1. Вычисление интеграла вида $\int R(x, \dfrac{ax+b}{cx+d})dx$.
2. Основные свойства числовых рядов.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 17

1. Подстановки Эйлера.
2. Длина дуги в прямоугольной системе координат.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 18

1. Биномиальные дифференциалы.
2. Несобственные интегралы 1 рода.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 19

1. Интегрирование тригонометрических функций.
2. Несобственные интегралы 2 рода.

Подпись экзаменатора ________________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 20

1. Понятие определенного интеграла. Необходимый признак интегрируемости.
2. Неравенства Гельдера и Минковского для конечных и бесконечных сумм.

Подпись экзаменатора ________________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 21

1. Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости.
2. Интеграл Стилтьеса.

Подпись экзаменатора ________________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 22

1. Классы интегрируемых функций.
2. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 23

1. Свойства определенного интеграла, выраженные равенствами.
2. Критерий Даламбера сходимости знакоположительного ряда.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 24

1. Свойства определенного интеграла, выраженные неравенствами.
2. Разложение в ряд Тейлора функций e^x, $\sin x$, $\cos x$.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 25

1. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства.
2. Площадь плоской фигуры в полярной системе координат.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 26

1. Формула Ньютона-Лейбница.
2. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал сходимости степенного ряда. Формула Коши-Адамара.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 27

1. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.
2. Функциональные последовательности и ряды.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 28

1. Квадрируемые фигуры. Критерий квадрируемости.
2. Физическое применение определенного интеграла.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 29

1. Площадь плоской фигуры в прямоугольной системе координат и при параметрическом задании кривой.
2. Основные понятия темы "Числовые ряды".

Подпись экзаменатора ________________

3 СЕМЕСТР

Оценочное средство

Индивидуальное задание №1

В1. 1. Является ли метрическим пространством множество всех действительных чисел, если под расстоянием между x и y понимать $\sin^2(x-y)$?

2. Доказать полноту множества $F[a,b]$ всех пар непрерывных функций на $[a,b]$, если расстояние между парами (f_1,g_1) и (f_2,g_2)

$\rho((f_1,g_1),(f_2,g_2)) = \sup\limits_{x\in[a,b]} (|f_1(x)-f_2(x)|+|g_1(x)-g_2(x)|)$.

3. Доказать $FrE = \overline{E} \setminus \dot{E}$.

4. На плоскости дана последовательность замкнутых концентрических кругов радиусов $r_1 < r_2 < ... < r_n < ...$ Является ли их объединение замкнутым множеством? Является ли оно открытым множеством?

5. Доказать, что всякое замкнутое подпространство E полного метрического пространства X есть полное метрическое пространство.

6. Доказать, что если B - замкнутое подмножество метрического пространства X, то $(\dot{A} \cup B)^{\cdot} = (A \cup B)^{\cdot}$ для любого $A \subset X$.

7. Доказать, что числовая прямая $\mathbb{R}^1$ не может быть представлена в виде объединения счетной совокупности попарно не пересекающихся непустых замкнутых множеств.

8. Привести пример замкнутого ограниченного множества в l_2, не являющегося компактом.

9. Пусть $\{E_n\}$ - последовательность компактов такая, что пересечение любой конечной совокупности этих компактов непусто. Доказать, что пересечение $\bigcap\{E_n\}$ всех этих компактов также непусто.

10. Пусть E - связное множество, содержащее более одной точки. Доказать, что оно не имеет изолированных точек.

В2. 1. Является ли метрическим пространством множество всех действительных чисел, если под расстоянием между x и y понимать $\operatorname{arctg}|x-y|$?

2. Доказать неполноту пространства $C^1[a,b]$.

3. Привести примеры:

а) множества на плоскости, не имеющего граничных точек;

б) множества E на плоскости такого, что $Fr \neq \emptyset$, $E \cap Fr = \emptyset$;

в) несчетного множества E на плоскости такого, что $E = FrE$.

4. Доказать, что замыкание $\overline{E}$ множества E есть пересечение всех замкнутых множеств, содержащих E.

5. Верно ли утверждение: "Если E - открытое множество, то внутренность замыкания E совпадает с E"? Если это утверждение неверно, то имеет ли место одно из включений $\subset, \supset$ и какое именно?

6. Верно ли, что для любой точки x_0 метрического пространства X и любого множества $A \subset X$

$d(x_0, A) = d(x_0, \overline{A})$?

7. Доказать, что интервал (a, b) нельзя представить в виде объединения счетной совокупности попарно не пересекающихся замкнутых множеств.

8. Доказать, что объединение конечного числа компактов есть компакт, а объединение конечного числа относительно компактных множеств - относительно компактное множество.

9. Верна ли теорема: "Из любого покрытия компакта замыканиями открытых множеств можно выделить конечное покрытие"?

10. Доказать, что если A и B - оба замкнутые или оба открытые непустые множества, причем $A \cap B = \emptyset$, то A и B разъединены.

B3. 1. Пусть X - множество всех точек окружности C; примем в качестве расстояния между точками $x \in X, y \in X$ длину кратчайшей дуги окружности C, соединяющей x и y. Удовлетворяет ли это расстояние аксиомам метрики?

2. Пусть X - множество всех пар чисел (a, b). Для любых двух его элементов $x(a_1, b_1), y(a_2, b_2)$ положим:

$\rho_1(x, y) = max\{|a_2 - a_1|, |b_2 - b_1|\}$.

Доказать полноту пространства (X, ρ_1).

3. Показать, что $\overline{V(x_0, r)} \subset B(x_0, r)$. Привести примеры метрических пространств, в которых $\overline{V(x_0, r)} \neq B(x_0, r)$ для некоторых x_0 и r, и метрических пространств, в которых $\overline{V(x_0, r)} = B(x_0, r)$ для всех x_0 и r.

4. Доказать, что граница каждого множества замкнута.

5. Построить на прямой такое множество E, что

1) все его точки изолированные;

2) нижняя грань расстояний между различными его точками равна нулю;

3) оно не имеет предельных точек на прямой.

6. Пусть E замкнуто (или открыто) в замкнутом (соответственно открытом) подпространстве Z метрического пространства X. Доказать, что E замкнуто (соответственно открыто) в X.

7. На прямой даны отрезок $[a, b]$ и совершенное множество E, причем концы отрезка не принадлежат E. Доказать, что $[a, b] \cap E$ - совершенное множество.

8. Пусть E - относительно компактное подмножество пространства X. Доказать, что $\overline{E}$ компактно.

9. Доказать что, для того чтобы множество E в метрическом пространстве X было относительно компактным, необходимо, а в случае полноты X и достаточно, чтобы E было вполне ограниченным (теорема Хаусдорфа).

10. Пусть E - несвязное замкнутое множество. Доказать, что его можно представить в виде объединения двух непересекающихся непустых замкнутых множеств.

B4. 1. Доказать, что множество M (E) всех ограниченных функций на множестве E образует метрическое пространство, если за расстояние между функциями φ и ψ принять число

$\rho(\varphi, \psi) = \sup\limits_{t \in E} |\varphi(t) - \psi(t)|$.

2. Пусть ρ_1 и ρ_2 - эквивалентные метрики на множестве X. Следует ли из полноты пространства (X, ρ_1) полнота пространства (X, ρ_2)?

3. Верно ли утверждение: "Внутренность пересечения двух множеств равна пересечению их внутренностей"? Верно ли аналогичное утверждение для бесконечной совокупности множеств?

4. Доказать, что замыкание каждого множества замкнуто.

5. Доказать, что незамкнутое подпространство E метрического пространства X не является полным пространством.

6. Верно ли, что для любой точки x_0 метрического пространства X и любого множества $A \subset X$

$d(x_0, A) = d(x_0, \dot{A})$?

7. Доказать, что отрезок $[a, b]$ нельзя представить в виде объединения счетной совокупности попарно не пересекающихся непустых замкнутых множеств.

8. Доказать, что пересечение любой совокупности компактов есть компакт; доказать аналогичное утверждение для относительно компактных множеств.

9. Построить пример ограниченного открытого множества на прямой, покрытого интервалами так, что из этого покрытия нельзя выделить конечного покрытия.

10. Пусть E - несвязное открытое множество. Доказать, что его можно представить в виде объединения двух непересекающихся непустых открытых множеств.

B5. 1. Показать, что $\rho_1(x, y) = \operatorname{arctg} |x - y|$ является метрикой в множестве всех чисел. Эквивалентна ли она метрике $\rho(x, y) = |x - y|$? Является ли полным пространством числовая прямая с метрикой ρ_1?

2. Пусть A и B - полные подпространства метрического пространства X. Доказать, что $A \cup B$ и $A \cap B$ также являются полными пространствами. Показать на примере, что $A \setminus B$ может оказаться неполным пространством.

3. Доказать $C(\dot{E}) = \overline{CE}$.

4. Пусть f - непрерывная функция, определенная всюду на оси Ox. Доказать, что множество E_a тех точек оси Ox, где $f(x) \geq a$ замкнуто.

5. Доказать, что внутренность любого множества есть открытое множество.

6. Пусть Z - подпространство метрического пространства X, $E \subset Z$ и E замкнуто (или открыто) в X. Доказать, что E замкнуто (соответственно открыто) в Z.

7. Доказать; "Для того чтобы замкнутое множество E на прямой было нигде не плотным, достаточно, чтобы любой интервал содержал хотя бы одну точку, не принадлежащую E".

8. Доказать, что любое замкнутое подмножество компакта есть компакт.

9. Доказать, что для относительно компактного множества в метрическом пространстве можно при любом $\epsilon > 0$ выбрать конечную ϵ-сеть так, чтобы она содержалась в этом множестве.

10. Пусть E и F - замкнутые множества. Доказать, что если $E \cup F$ и $E \cap F$ связны, то E и F связны.

В6. 1. Будет ли метрическим пространством семейство всех непустых подмножеств метрического пространства X, если расстояние между множествами $E \subset X$ и $F \subset X$ определить равенством $\rho(E, F) = \inf\limits_{x \in E, y \in F} \rho(x, y)$?

2. Доказать полноту пространства l_2.

3. Построить множество, для которого производное множество непусто, а второе производное пусто.

4. Доказать, что если E замкнуто, то $FrE = Fr(FrE)$. Для любого же множества E $FrE \supset Fr(FrE) = Fr(Fr(FrE))$.

5. Верно ли утверждение: "Если E - замкнутое множество, то замыкание внутренности E совпадает с E"? Если это утверждение неверно, то имеет ли место одно из включений $\subset, \supset$ какое именно?

6. Доказать, что для любых двух множеств A и B в метрическом пространстве X имеет место

$d(A, B) = \inf\limits_{x \in A} d(x, B) = \inf\limits_{y \in B} d(A, y)$.

7. Доказать, что отрезок $[a, b]$ нельзя представить в виде объединения двух непустых непересекающихся замкнутых множеств.

8. Доказать, что всякий компакт есть полное пространство.

9. Доказать, что любое относительно компактное (а следовательно, и любое компактное) множество в $C[a, b]$ нигде не плотно в $C[a, b]$.

10. Доказать, что если E связно, то его замыкание $\overline{E}$ тоже связно. Показать на примере, что обратное утверждение неверно.

В7. 1. Пусть X - множество всех пар чисел (a, b). Для любых двух его элементов $x(a_1, b_1), y(a_2, b_2)$ положим:

$\rho_1(x, y) = max\{|a_2 - a_1|, |b_2 - b_1|\}$;

$\rho_2(x, y) = |a_2 - a_1| + |b_2 - b_1|$;

$\rho_3(x, y) = \sqrt{|a_2 - a_1|^2 + |b_2 - b_1|^2}$ (евклидова метрика).

Доказать, что ρ_1 и ρ_2 удовлетворяют аксиомам метрики и что все три метрики ρ_1, ρ_2, ρ_3 эквивалентны.

2. Доказать полноту пространства l_1.

3. Доказать, что замыкание объединения двух множеств равно объединению их замыканий.

4. Доказать, что производное множество каждого множества замкнуто.

5. Пусть X - множество всех, функций на $[a, b]$, имеющих непрерывную производную. Введем в нем метрику

$\rho(f, g) = \sup\limits_{x \in [a,b]} |f(x) - g(x)|$.

Будет ли пространство (X, ρ) полным?

6. Привести пример несчетного множества, все точки которого изолированные.

7. На прямой даны интервал (a, b) и нигде не плотное совершенное множество E. Доказать, что их пересечение является либо совершенным множеством, либо объединением счетной совокупности попарно не пересекающихся непустых совершенных множеств.

8. Доказать, что для компактности множества E в метрическом пространстве X необходимо и достаточно, чтобы оно было относительно компактно и замкнуто в X.

9. Доказать, что, для того чтобы множество E в метрическом пространстве X было компактно, необходимо, а в случае полноты X и достаточно, чтобы E было замкнуто и вполне ограничено.

10. Доказать, что если E связно и $E \subset H \subset \overline{E}$, то H также связно.

B8. 1.Будет ли метрическим пространством множество всех действительных чисел, если расстояние между x и y определить так: $\rho(x, y) = \sqrt{|x-y|}$?

2. Доказать полноту множества M (E) всех ограниченных функций на множестве E , если расстояние между функциями φ и ψ

$\rho(\varphi, \psi) = \sup\limits_{t \in E} |\varphi(t) - \psi(t)|$.

3. Верно ли утверждение: "Внутренность объединения двух множеств равна объединению их внутренностей"? Если нет, то имеется ли в какую-либо сторону включение?

4. Доказать равносильность следующих определений замкнутого множества: множество называется замкнутым, если оно

а) включает все свои точки прикосновения;

б) включает все свои предельные точки;

в) включает все свои граничные точки.

5. Построить последовательность открытых множеств, пересечение которых не является открытым.

6. Доказать, что для любых двух множеств A и B в метрическом пространстве справедливы равенства

$d(A, B) = d(A, \overline{B}) = d(\overline{A}, B) = d(\overline{A}, \overline{B})$.

7. Доказать: "Для того чтобы замкнутое множество на прямой было совершенным, необходимо и достаточно, чтобы никакие два его смежных интервала не имели общих концов".

8. Доказать, что множество E функций $y = kx^2$, где k пробегает отрезок [0, 3], компактно в C [0, 1].

9. Доказать, что в евклидовом пространстве $\mathbb{R}^n$ любое замкнутое ограниченное множество компактно.

10. Доказать, что если для любых двух точек множества E существует связное множество Q, содержащее эти точки и включающееся в E, то E связно.

B9. 1. Доказать, что множество всех непрерывных функций на $[a, b]$ образует метрическое пространство (обозначим его $C[a, b]$), если за расстояние между $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ принять число

$\rho(\varphi, \psi) = \int\limits_a^b |\varphi(x) - \psi(x)| dx.$

2. Доказать полноту пространства l_2.

3. Доказать, что граница объединения двух множеств содержится в объединении их границ. Показать на примере, что аналогичное утверждение для бесконечной совокупности множеств не всегда верно.

4. На плоскости дана последовательность концентрических окружностей радиусов $r_1 < r_2 < ... < r_n < ...$ Является ли их объединение замкнутым множеством?

5. Доказать, что внутренность $\dot{E}$ множества E есть объединение всех открытых множеств, содержащихся в E.

6. Верно ли утверждение, что всякая убывающая последовательность замкнутых шаров $E_1 \supset E_2 \supset ...$ в любом полном метрическом пространстве имеет непустое пересечение?

7. На прямой даны два нигде не плотных совершенных множества P и Q. Доказать, что $P \backslash Q$ является либо совершенным множеством, либо объединением счетной совокупности попарно непересекающихся совершенных множеств.

8. Доказать, что любое относительно компактное множество ограничено, а любое компактное - ограничено и замкнуто.

9. Доказать, что в евклидовом пространстве $\mathbb{R}^n$ любое ограниченное множество E относительно компактно (теорема Больцано - Вейерштрасса).

10. Доказать, что множество точек плоскости, у которых обе координаты иррациональны, несвязно.

В10. 1. Доказать, что множество $F[a,b]$ всех пар непрерывных функций на $[a,b]$ является метрическим пространством, если за расстояние между парами (f_1, g_1) и (f_2, g_2) принять число

$\rho((f_1, g_1), (f_2, g_2)) = \sup\limits_{x \in [a,b]} (|f_1(x) - f_2(x)| + |g_1(x) - g_2(x)|).$

2. Доказать полноту пространства $C[a,b]$.

3. Доказать $C(\overline{E}) = (CE)^{\cdot}$.

4. Доказать, что для эквивалентности метрик ρ_1 и ρ_2 в пространстве X необходимо и достаточно, чтобы совокупность всех подмножеств пространства X, замкнутых в смысле метрики ρ_1 совпадала с совокупностью всех подмножеств, замкнутых в смысле метрики ρ_2.

5. Всегда ли объединение конечного семейства совершенных множеств является совершенным множеством? А объединение счетного семейства совершенных множеств?

6. Для всяких ли двух множеств A и B в метрическом пространстве имеет место равенство $d(A, B) = d(\dot{A}, \dot{B})$.

7. Доказать, что любое непустое открытое множество на прямой представляет собой объединение конечной или счетной совокупности попарно не пересекающихся интервалов (конечных или бесконечных).

8. Доказать, что множество E всех функций $y = kx + b$ $(0 \leq k \leq 1, 0 \leq b \leq 1)$ компактно в C [0, 1].

9. Доказать, что любое относительно компактное (а следовательно, и любое компактное) множество в l_2 нигде не плотно в l_2.

10. Доказать связность отрезка, соединяющего две точки прямой, плоскости, трехмерного евклидова пространства.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания индивидуальной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов;	"Отлично"
- все задания индивидуальной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решено не менее 65% всех заданий индивидуальной работы; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий;	"Удовлетворительно"
- решено менее 65% заданий работы; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	Неудовлетворительно.

Оценочное средство
Индивидуальное задание №2

1. Разложить в ряд Фурье периодическую (с периодом $\omega = 2\pi$) функцию $f(x)$, заданную на отрезке $[-\pi;\pi]$.

В1. $f(x)=\begin{cases} 0, & -\pi\le x<0 \\ x-1, & 0\le x\le\pi \end{cases}$;

В2. $f(x)=\begin{cases} 2x-1, & -\pi\le x\le 0 \\ 0, & 0<x\le\pi \end{cases}$;

В3. $f(x)=\begin{cases} 0, & -\pi\le x<0 \\ x+2, & 0\le x\le\pi \end{cases}$;

В4. $f(x)=\begin{cases} -x+\dfrac{1}{2}, & -\pi\le x\le 0 \\ 0, & 0<x\le\pi \end{cases}$;

В5. $f(x)=\begin{cases} 0, & -\pi\le x<0 \\ \dfrac{x}{2}+1, & 0\le x\le\pi \end{cases}$;

В6. $f(x)=\begin{cases} 2x+3, & -\pi\le x\le 0 \\ 0, & 0<x\le\pi \end{cases}$;

В7. $f(x)=\begin{cases} 0, & -\pi\le x<0 \\ 3-x, & 0\le x\le\pi \end{cases}$;

В8. $f(x)=\begin{cases} x-2, & -\pi\le x\le 0 \\ 0, & 0<x\le\pi \end{cases}$;

В9. $f(x)=\begin{cases} 0, & -\pi\le x<0 \\ 4x-3, & 0\le x\le\pi \end{cases}$;

В10. $f(x)=\begin{cases} 5-x, & -\pi\le x\le 0 \\ 0, & 0<x\le\pi \end{cases}$;

В11. $f(x)=\begin{cases} 0, & -\pi\le x<0 \\ 3x-1, & 0\le x\le\pi \end{cases}$;

В12. $f(x)=\begin{cases} 3-2x, & -\pi\le x\le 0 \\ 0, & 0<x\le\pi \end{cases}$;

В13. $f(x)=\begin{cases} 0, & -\pi\le x<0 \\ \dfrac{\pi-x}{2}, & 0\le x\le\pi \end{cases}$;

В14. $f(x)=\begin{cases} 5x+1, & -\pi\le x\le 0 \\ 0, & 0<x\le\pi \end{cases}$;

В15. $f(x)=\begin{cases} 0, & -\pi\le x<0 \\ 1-4x, & 0\le x\le\pi \end{cases}$;

В16. $f(x)=\begin{cases} 3x+2, & -\pi\le x\le 0 \\ 0, & 0<x\le\pi \end{cases}$;

В17. $f(x)=\begin{cases} 0, & -\pi\le x<0 \\ 4-2x, & 0\le x\le\pi \end{cases}$;

В18. $f(x)=\begin{cases} x+\dfrac{\pi}{2}, & -\pi\le x\le 0 \\ 0, & 0<x\le\pi \end{cases}$;

В19. $f(x)=\begin{cases} 0, & -\pi\le x<0 \\ 6x-5, & 0\le x\le\pi \end{cases}$;

В20. $f(x)=\begin{cases} 7-3x, & -\pi\le x\le 0 \\ 0, & 0<x\le\pi \end{cases}$;

В21. $f(x)=\begin{cases} 0, & -\pi\le x<0 \\ \dfrac{\pi}{4}-\dfrac{x}{2}, & 0\le x\le\pi \end{cases}$;

В22. $f(x)=\begin{cases} 6x-2, & -\pi\le x\le 0 \\ 0, & 0<x\le\pi \end{cases}$;

В23. $f(x)=\begin{cases} 0, & -\pi\le x<0 \\ 4-9x, & 0\le x\le\pi \end{cases}$;

В24. $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{3}-3, & -\pi\le x\le 0 \\ 0, & 0<x\le\pi \end{cases}$;

В25. $f(x)=\begin{cases} 0, & -\pi\le x<0 \\ 10x-3, & 0\le x\le\pi \end{cases}$;

В26. $f(x)=\begin{cases} 1-\dfrac{x}{4}, & -\pi\le x\le 0 \\ 0, & 0<x\le\pi \end{cases}$;

В27. $f(x)=\begin{cases} 0, & -\pi\le x<0 \\ \dfrac{x}{5}-2, & 0\le x\le\pi \end{cases}$;

В28. $f(x)=\begin{cases} 2x-11, & -\pi\le x\le 0 \\ 0, & 0<x\le\pi \end{cases}$;

В29. $f(x)=\begin{cases} 0, & -\pi\le x<0 \\ 3-8x, & 0\le x\le\pi \end{cases}$;

В30. $f(x)=\begin{cases} 7x-1, & -\pi\le x\le 0 \\ 0, & 0<x\le\pi \end{cases}$.

2. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)$, заданную в интервале $(0;\pi)$, продолжив (доопределив) ее четным и нечетным образом. Построить графики для каждого продолжения.

B1. $f(x) = e^x$;
B2. $f(x) = x^2$;
B3. $f(x) = 2^x$;
B4. $f(x) = \operatorname{ch} x$;
B5. $f(x) = e^{-x}$;
B6. $f(x) = (x-1)^2$;
B7. $f(x) = 3^{-\frac{x}{2}}$;
B8. $f(x) = \operatorname{sh} 2x$;
B9. $f(x) = e^{2x}$;
B10. $f(x) = (x-2)^2$;
B11. $f(x) = 4^{\frac{x}{3}}$;
B12. $f(x) = \operatorname{ch} \frac{x}{2}$;
B13. $f(x) = e^{4x}$;
B14. $f(x) = (x+1)^2$;
B15. $f(x) = 5^{-x}$;
B16. $f(x) = \operatorname{sh} 3x$;
B17. $f(x) = e^{-\frac{x}{4}}$;
B18. $f(x) = (2x-1)^2$;
B19. $f(x) = 6^{\frac{x}{4}}$;
B20. $f(x) = \operatorname{ch} 4x$;
B21. $f(x) = e^{-3x}$;
B22. $f(x) = x^2 + 1$;
B23. $f(x) = 7^{-\frac{x}{7}}$;
B24. $f(x) = \operatorname{sh} \frac{x}{5}$;
B25. $f(x) = e^{-\frac{2x}{3}}$;
B26. $f(x) = (x-\pi)^2$;
B27. $f(x) = 10^{-x}$;
B28. $f(x) = \operatorname{ch} \frac{x}{\pi}$;
B29. $f(x) = e^{\frac{4x}{3}}$;
B30. $f(x) = (x-5)^2$.

3. Разложить в ряд Фурье в указанном интервале периодическую функцию $f(x)$ с периодом $\omega = 2l$. Построить графики для каждого продолжения.

B1. $f(x) = |x|, -1 < x < 1, l = 1$;
B2. $f(x) = 2x, -1 < x < 1, l = 1$;
B3. $f(x) = e^x, -2 < x < 2, l = 2$;
B4. $f(x) = |x| - 5, -2 < x < 2, l = 2$;
B5. $f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \le x \le 0 \\ 0, & 0 < x \le 1 \end{cases}, l = 1$;
B6. $f(x) = x, 1 < x < 3, l = 1$;
B7. $f(x) = \begin{cases} 0, & -2 \le x < 0 \\ x, & 0 \le x < 1 \\ 2-x, & 1 \le x \le 2 \end{cases}, l = 2$;
B8. $f(x) = 10 - x, 5 < x < 15, l = 5$;
B9. $f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \le x < 0 \\ \frac{1}{2}, & x = 0 \\ x, & 0 < x \le 1 \end{cases}, l = 1$;
B10. $f(x) = 5x - 1, -5 < x < 5, l = 5$;
B11. $f(x) = \begin{cases} 0, & -3 < x \le 0 \\ x, & 0 < x < 3 \end{cases}, l = 3$;

B12. $f(x) = 3 - x, -2 < x < 2, l = 2;$

B13. $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1 \\ -1, & 1 < x < 2 \end{cases}, l = 1;$

B14. $f(x) = \begin{cases} 0, & -2 < x < 0 \\ 2, & 0 \leq x < 2 \end{cases}, l = 2;$

B15. $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & 1 < x < 2 \\ 3 - x, & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}, l = 3;$

B16. $f(x) = 2x - 3, -3 < x < 3, l = 3;$

B17. $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x \leq \frac{3}{2} \\ -1, & \frac{3}{2} < x < 3 \end{cases}, l = 3;$

B18. $f(x) = 3 - |x|, -5 < x < 5, l = 5;$

B19. $f(x) = \begin{cases} -x, & -4 < x < 0 \\ 1, & x = 0 \\ 2, & 0 < x < 4 \end{cases}, l = 4;$

B20. $f(x) = 1 + x, -1 < x < 1, l = 1;$

B21. $f(x) = \begin{cases} -1, & -2 < x < 0 \\ -\frac{1}{2}, & x = 0 \\ \frac{x}{2}, & 0 < x < 2 \end{cases}, l = 2;$

B22. $f(x) = 2x + 2, -1 < x < 3, l = 2;$

B23. $f(x) = \begin{cases} 3, & -3 < x < 0 \\ \frac{3}{2}, & x = 0 \\ -x, & 0 < x < 3 \end{cases}, l = 3;$

B24. $f(x) = 1 - |x|, -3 < x < 3, l = 3;$

B25. $f(x) = \begin{cases} -2, & -4 < x < 0 \\ -\frac{1}{2}, & x = 0 \\ 1 + x, & 0 < x < 4 \end{cases}, l = 4;$

B26. $f(x) = 4x - 3, -5 < x < 5, l = 5;$

B27. $f(x) = \begin{cases} x + 2, & -2 < x < -1 \\ 1, & -1 \leq x \leq 1 \\ 2 - x, & 1 < x < 2 \end{cases}, l = 4;$

B28. $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}, & -6 < x \leq 0 \\ 1, & 0 < x < 6 \end{cases}, l = 6;$

B29. $f(x) = \begin{cases} -2x, & -2 < x < 0 \\ 2, & x = 0 \\ 4, & 0 < x < 2 \end{cases}, l = 2;$

B30. $f(x) = |x| - 3, -4 < x < 4, l = 4.$

4. Воспользовавшись разложением функции $f(x)$ в ряд Фурье в указанном интервале, найти сумму данного числового ряда.

B1. $f(x) = |x|, (-\pi;\pi), \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{(2n-1)^2}$;

B2. $f(x) = |\sin x|, (-\pi;\pi), \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{4n^2-1}$;

B3. $f(x) = x^2, [-\pi;\pi], \sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1}\dfrac{1}{n^2}$;

B4. $f(x) = x, [0;\pi]$,по косинусам, $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{(2n-1)^2}$;

B5. $f(x) = \begin{cases} -x, & -\pi \le x \le 0 \\ \dfrac{x^2}{\pi}, & 0 < x \le \pi \end{cases}, \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{3-(-1)^n}{n^2}$;

B6. $f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi < x < 0 \\ 1, & 0 < x < \pi \\ 0, & x = -\pi, x = 0, x = \pi \end{cases}, \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{2n-1}$;

B7. $f(x) = \dfrac{\pi}{4}, (0,\pi), \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$;

B8. $f(x) = \cos x, [0,\dfrac{\pi}{2}], \sum\limits_{k=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^k}{(2k-1)(2k+1)}$;

B9. $f(x) = x, (0,\pi), \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{(2n-1)^2}$;

B10. $f(x) = x^2, (-\pi,\pi), \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^2}$;

B11. $f(x) = x(\pi - x), (0,\pi)$, по синусам, $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3}$;

B12. $f(x) = |\sin x|, (-\pi,\pi), \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{4n^2-1}$;

B13. $f(x) = \begin{cases} 0, & -3 < x \le 0 \\ x, & 0 < x < 3 \end{cases}, \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{(2n-1)^2}$;

B14. $f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \le x < 0 \\ x, & 0 \le x \le 1 \end{cases}, \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{(2n-1)^2}$;

B15. $f(x) = |x|, (-1;1), \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{(2n+1)^2}$;

B16. $f(x) = x^2, (-\pi;\pi), \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{(2n-1)^2}$;

B17. $f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \le x < 0 \\ \dfrac{1}{2}, & x = 0 \\ x, & 0 < x \le 1 \end{cases}, \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{(2n-1)^2}$;

B18. $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x \le 1 \\ -1, & 1 < x < 2 \end{cases}, \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{2n+1}$;

B19. $f(x) = \begin{cases} -x, & -4 < x < 0 \\ 1, & x = 0 \\ 2, & 0 < x < 4 \end{cases}, \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{(2n-1)^2};$

B20. $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \le x \le \dfrac{3}{2} \\ -1, & \dfrac{3}{2} < x < 3 \end{cases}, \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{2n+1};$

B21. $f(x) = \begin{cases} -1, & -2 < x < 0 \\ -\dfrac{1}{2}, & x = 0 \\ \dfrac{x}{2}, & 0 < x < 2 \end{cases}, \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{(2n-1)^2};$

B22. $f(x) = \begin{cases} -2x, & -2 < x < 0 \\ 2, & x = 0 \\ 4, & 0 < x < 2 \end{cases}, \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{(2n-1)^2};$

B23. $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \le x < 0 \\ x-1, & 0 \le x \le \pi \end{cases}, \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{(2n-1)^2};$

B24. $f(x) = \begin{cases} -2x, & -\pi \le x \le 0 \\ 3x, & 0 < x \le \pi \end{cases}, \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1-(-1)^n}{n^2};$

B25. $f(x) = \pi^2 - x^2, (-\pi; \pi), \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n^2};$

B26. $f(x) = x \sin x, [-\pi; \pi], \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n^2-1};$

B27. $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \le x < 0 \\ 1, & 0 \le x \le \pi \end{cases}, \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{2n-1};$

B28. $f(x) = \begin{cases} -a, & -\pi \le x < 0 \\ a, & 0 \le x \le \pi \end{cases}, \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{2n+1};$

B29. $f(x) = |\cos x|, [-\pi; \pi], \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{4n^2-1};$

B30. $f(x) = |\cos \dfrac{x}{2}|, [-\pi; \pi], \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{1-4n^2}.$

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания индивидуальной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов;	"Отлично"
- все задания индивидуальной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решено не менее 65% всех заданий индивидуальной работы; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий;	"Удовлетворительно"
- решено менее 65% заданий работы; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	Неудовлетворительно.

Оценочное средство

Индивидуальное задание №2

Часть I.

1. Дать описание и построить графики следующих функций:

В1. а) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$,
б) $z = y - 2x$,
в) $z = 3x - y - 1$;

В2. а) $z = x - 3y + 2$,
б) $z = x - y + 1$,
в) $z = 2x^2 + 2y^2$;

В3. а) $z = 4 + 3y - 4x$,
б) $z = 2x^2 + 25y^2$,
в) $z = x + y$;

В4. а) $z = x - 7y + 8$,
б) $z = -5x^2 - 5y^2$,
в) $z = -2x - 3y$;

В5. а) $z = x - 2y - 1$,
б) $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$,
в) $z = y - 2x$;

В6. а) $z = 7x + 3y - 2$,
б) $z = -x^2 - y^2$,
в) $z = x + 3y$;

В7. а) $z = x - 4y + 1$,
б) $z = x - 5y$,
в) $z = 2x^2 + 5y^2$;

В8. а) $z = \dfrac{y - 2x + 4}{2}$,
б) $z = -\sqrt{x^2 + y^2}$,
в) $z = y - x$;

В9. а) $z = -\sqrt{9 - x^2 - y^2}$,
б) $z = \dfrac{1}{2}x - y$,
в) $z = 4y - x - 3$;

В10. а) $z = x - \dfrac{1}{2}y + 1$,
б) $z = \dfrac{x^2 + y^2}{2}$,
в) $z = -x + 5y$;

В11. а) $z = \sqrt{4 - 4x^2 - y^2}$,
б) $z = 3x - y$,
в) $z = x + \dfrac{1}{2}y + \dfrac{1}{2}$;

В12. а) $z = 3x + 4y - 12$,
б) $z = \dfrac{x + y}{3}$,
в) $z = -\sqrt{1 - x^2 - 9y^2}$;

В13. а) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$,
б) $z = y - 2x$,
в) $z = 3x - y - 1$;

В14. а) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$,
б) $z = y - 2x$,
в) $z = 3x - y - 1$;

В15. а) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$,
б) $z = y - 2x$,
в) $z = 3x - y - 1$;

В16. а) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$,
б) $z = y - 2x$,
в) $z = 3x - y - 1$;

В17. а) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$,
б) $z = y - 2x$,
в) $z = 3x - y - 1$;

В18. а) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$,
б) $z = y - 2x$,
в) $z = 3x - y - 1$;

В19. а) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$,
б) $z = y - 2x$,
в) $z = 3x - y - 1$;

В20. а) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$,
б) $z = y - 2x$,
в) $z = 3x - y - 1$.

2. Начертить семейство линий уровня следующих функций:

В1. а) $z = x^2 + \dfrac{y^2}{4}$,
б) $z = 3x + 3y$;

В2. а) $z = xy$,
б) $z = x + y - 1$;

В3. а) $z = \dfrac{2x}{3y}$,
б) $z = \dfrac{x^2}{2} + y$;

В4. а) $z = x + 2y$,
б) $z = x^2 - y^2$;

В5. а) $z = x^2 + 3y^2$,
б) $z = 2y - x + 4$;

В6. а) $z = 3xy$,
б) $z = 2x - y - 2$;

В7. а) $z = 4x^2 + y^2$,
б) $z = \dfrac{x}{y}$;

В8. а) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$,
б) $z = 2x - y$;

В9. а) $z = 2y + 5x$,
б) $z = \sqrt{x^2 + \dfrac{1}{9}y^2}$;

В10. а) $z = 5x + y + 1$,
б) $z = -2xy$;

В11. а) $z = x - y - 3$,
б) $z = -\sqrt{x^2 + \dfrac{1}{2}y^2}$;

В12. а) $z = x - 2y - 4$,
б) $z = 4x^2 - y^2$;

В13. а) $z = x + \dfrac{1}{2}y$,
б) $z = \sqrt{4x^2 + 9y^2}$;

В14. а) $z = 2x - 5y + 2$,
б) $z = -\sqrt{25 - x^2 - y^2}$;

В15. а) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$,
б) $z = -3x - y$;

В16. а) $z = 7x - 2y$,
б) $z = y^2 - x^2$;

В17. а) $z = 3x^2 + 5y^2$,
б) $z = x - 3y$;

В18. а) $z = 1 + 2x + y$,
б) $z = -\sqrt{1 - x^2 - y^2}$;

В19. а) $z = \dfrac{1}{4}x^2 + \dfrac{1}{2}y^2$,
б) $z = 5 - x - y$;

В20. а) $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$,
б) $z = -\dfrac{1}{2}x + y$.

3. Найти и изобразить области определения следующих функций:

В1. а) $z = \ln(x^2 + y^2 - y)$,
б) $z = \dfrac{1}{\sqrt{x - y}}$,
в) $z = \dfrac{1}{\sqrt{x - y}} + \dfrac{1}{\sqrt{x + y}}$,
г) $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 4}$,
д) $z = \arcsin(x - 2) - \sqrt{y}$;

В2. а) $z = \dfrac{1}{x - 1} + \dfrac{y}{y + 1}$,
б) $z = \ln \dfrac{x}{y}$,
в) $z = \ln x - \ln y$,
г) $z = \arcsin(x^2 + y^2 - 5)$,
д) $z = \sqrt{x^2 - y} + \sqrt{x - 1}$;

В3. а) $z = \dfrac{1}{\sqrt{3x}} + \dfrac{1}{y}$,
б) $z = \sqrt{x^2 + 4y^2 - 4}$,
в) $z = \arcsin \dfrac{2 - x}{y}$,
г) $z = \dfrac{x + y}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$,
д) $z = \ln(2x - \sqrt{y})$;

В4. а) $z = \sqrt{x - \sqrt{2y}}$,
б) $z = \ln x^2 y$,
в) $z = \ln y + 2\ln x$,
г) $z = \dfrac{2x}{\sqrt{4 - 9x^2 - 9y^2}}$,
д) $z = \sqrt{2x - y} + \sqrt{2x + y}$;

В5. а) $z = \arccos \dfrac{x}{y}$,
б) $z = \ln(x^2 - x - y)$,

в) $z=\dfrac{1}{2x+3y}$,

г)$z=\dfrac{4x+1}{\sqrt{x^2+y^2-4}}$,

д)$z=\dfrac{\sin x}{\sqrt{y}-x+1}$;

В6. а) $z=\ln\dfrac{x}{y^2}$,

б) $z=\ln x-2\ln y$,

в) $z=\sqrt{y-x}+\sqrt{y^2-x}$,

г)$z=\dfrac{x}{x-2}+\dfrac{2y}{2y^2-1}$,

д)$z=\arccos(y^2+x^2-5)$;

В7. а) $z=\dfrac{1}{x^2-4}+\dfrac{1}{y-x}$,

б) $z=\sqrt{\sqrt{y}-4x}$,

в) $z=\ln(y^2-3x+1)$,

г)$z=\dfrac{3x^2}{2y^2+4x^2-1}$,

д)$z=\arcsin\dfrac{x+1}{2y}$;

В8. а) $z=\sqrt{x+y}+\sqrt{x^2-4}$,

б) $z=\ln x^2$,

в) $z=2\ln x$,

г)$z=\dfrac{1+2x}{\sqrt{4-x^2-y^2-4x}}$,

д)$z=\arccos(x-2\sqrt{y})$;

В9. а) $z=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}-y}$,

б) $z=\ln\dfrac{1}{\sqrt{x-y^2}}$,

в) $z=\arcsin(x+y)$,

г)$z=\ln(x^2+y^2-x)$,

д)$z=\sqrt{x^2+y^2-4}+\sqrt{9-x^2-y^2}$;

В10. а) $z=\arcsin(x^2+y^2-2)$,

б) $z=\dfrac{x}{2x+1}-\dfrac{y}{y^2-16}$,

в) $z=\mathrm{tg}(x+2y)$,

г)$z=\ln(x^2+y^2-4y)$,

д)$z=\sqrt{y-4x^2}+\sqrt{1-x}$;

В11. а) $z=\ln(x^2+y^2-3)$,

б) $z=\dfrac{4+x^2}{\sqrt{x^2-y^2}}$,

в) $z=\arcsin\dfrac{x-y}{2x}$,

г)$z=\dfrac{\sqrt{x}}{2x-x^2-y^2}$,

д)$z=\ln xy+\ln(x-y)$;

В12. а) $z=\ln(yx^4)$,

б) $z=4\ln x+\ln y$,

в) $z=\arcsin(x+3y)$,

г)$z=\dfrac{1}{\sqrt{x-y^2}}+\sqrt{x-1}$,

д)$z=\ln(9-x-x^2-y^2)$;

В13. а) $z=\dfrac{5x}{\sqrt[3]{y}-2x})$,

б) $z=\dfrac{1}{\ln(x+y)}$,

в) $z=\ln(x^2+y^2-9)$,

г)$z=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2-3x}}$,

д)$z=\arcsin 2y+\arcsin\dfrac{1}{\sqrt{x}}$;

В14. а) $z=\dfrac{x}{2x-3}-\dfrac{x^2}{y^2-1}$,

б) $z=\ln\dfrac{2x+1}{y}$,

в) $z=\sqrt{x-3}+\sqrt{y^2-2x}$,

г)$z=\arccos(x^2+y^2-1)$,

д)$z=\ln(x^2-x-1+y^2)$;

В15. а) $z=\dfrac{10}{x^2+y-1}$,

б) $z=\sqrt{\sqrt{x+1}-y}$,

в) $z=\dfrac{\sqrt{x}}{\lg(y-3)}$,

г)$z=\arcsin\dfrac{y-2x}{2y}$,

д)$z=\ln(x^2+y^2-x-2y)$;

В16. а) $z=\ln(x^2+y^2-5)$,

б) $z=\dfrac{5\sqrt{x}}{\sqrt{y}-10x}$,

в) $z=\dfrac{x+y}{(2x-3)y}$,

г) $z = \dfrac{1}{\ln(y - x^2 - y^2)}$,

д) $z = \arccos y + \dfrac{1}{\sqrt{2x+y}}$;

В17. а) $z = \dfrac{2^x}{x+1} + \dfrac{5^y}{y^2-4}$,

б) $z = \ln(x+1)(y-5)$,

в) $z = \dfrac{4}{\lg(xy) - 1}$,

г) $z = \sqrt{y^2 - y + x^2 - 3}$,

д) $z = \arcsin(2 - x^2 - y^2)$;

В18. а) $z = \dfrac{3}{\ln x + \ln y}$,

б) $z = \sqrt{x - \sqrt[3]{y}}$,

в) $z = \arcsin \dfrac{y-1}{3x}$,

г) $z = \dfrac{1}{\ln x} - \dfrac{2}{\ln y}$,

д) $z = \ln(y^2 - 4x + x^2 - 3)$;

В19. а) $z = \dfrac{1}{\sqrt{25 - x^2 - y^2}}$,

б) $z = \sqrt{8y - \sqrt{x}}$,

в) $z = \arccos(x + 3y)$,

г) $z = \sqrt{\dfrac{x-2y}{y-2x}}$,

д) $z = \ln(x^2 + y^2 - 3x + y)$;

В20. а) $z = \dfrac{2\sqrt{y}}{\sqrt{4x - x^2 - y^2}}$,

б) $z = \ln(\sqrt{3y} - x)$,

в) $z = \sqrt{x^2 - y + y^2}$,

г) $z = \ln(\ln(x + 2y))$,

д) $z = \arccos \dfrac{1-2x}{5y}$.

Часть II.

1. Доказать с помощью определения предела функции в точке:

В1. $\lim\limits_{(x,y)\to(-1,1)} (7x + 3y + 1) = -3$;

В2. $\lim\limits_{(x,y)\to(2,-1)} (x + y - 1) = 0$;

В3. $\lim\limits_{(x,y)\to(-1,\frac{1}{2})} (2x - 4y) = -4$;

В4. $\lim\limits_{(x,y)\to(3,-1)} (y - x + 2) = -2$;

В5. $\lim\limits_{(x,y)\to(\frac{1}{2},-\frac{1}{3})} (7 - 2x + 6y) = 4$;

В6. $\lim\limits_{(x,y)\to(-1,3)} (1 - 2x - 3y) = -6$;

В7. $\lim\limits_{(x,y)\to(1,2)} (y - 3x + 1) = 0$;

В8. $\lim\limits_{(x,y)\to(1,2)} \left(\dfrac{7}{2} - 3y + \dfrac{1}{2}x\right) = -2$;

В9. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,-2)} (7x + 3y + 1) = -5$;

В10. $\lim\limits_{(x,y)\to(-1,2)} (y + x + 1) = 2$;

В11. $\lim\limits_{(x,y)\to(1,12)} \left(3x - \dfrac{y}{2} + 2\right) = -1$;

В12. $\lim\limits_{(x,y)\to(-1,2)} (2 - x - y) = 1$;

В13. $\lim\limits_{(x,y)\to(-3,1)} (2 - x - 2y) = 3$;

В14. $\lim\limits_{(x,y)\to(-2,1)} (3 - x - 2y) = 3$;

В15. $\lim\limits_{(x,y)\to(-1,2)} (2x - y + 3) = -1$;

В16. $\lim\limits_{(x,y)\to(-2,1)} (7y + 3x - 2) = -1$;

В17. $\lim\limits_{(x,y)\to(-1,\frac{1}{2})} (3 - 4y + x) = 0$;

В18. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,1)} (3x - y + 1) = 0$;

В19. $\lim\limits_{(x,y)\to(2,4)} (2x + 3y - 1) = 15$;

В20. $\lim\limits_{(x,y)\to(1,2)} (7x + 3y - 1) = 12$.

2. Найти пределы, если они существуют, или доказать что предел не существует:

В1. а) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \dfrac{2x + y}{\sqrt{2x + y + 1} - 1}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ y\to 2}} \dfrac{x^2 - y^2}{x^2 - 2x + xy - 2y}$, в) $\lim\limits_{\substack{x \to \pi \\ y \to 0}} \dfrac{\sin 2xy}{3y}$;

В2. а) $\lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ y \to \pi}} \dfrac{\operatorname{tg}(xy-3y)}{x-3}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{5x^2-7y^2}{x^2+2y^2}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ y \to 0}} \dfrac{4x^2y-y^2}{\sqrt{4x^2y-y^2+4}-2}$;

В3. а) $\lim\limits_{\substack{x \to \frac{\pi}{3} \\ y \to \frac{1}{2}}} \dfrac{\operatorname{tg}(x-2xy)}{2-4y}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (1+(x+y)^2)^{\dfrac{1}{x^2+y^2}}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{(x+y)^2}{\sqrt{x^2+y^2+1+2xy}-1}$;

В4. а) $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ y \to \frac{1}{3}}} \dfrac{x-3y}{\sqrt{1-3y+x}-1}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (x^2+y^2)^{x^2y^2}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to \frac{1}{3}}} \dfrac{x^2-(3y-1)^2}{x^2+(3y-1)^2}$;

В5. а) $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ y \to 2}} \dfrac{4x^2-y^2}{4x^2+4x-2xy-2y}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 2\pi}} \dfrac{\sin(2xy)}{3x}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to \frac{1}{3} \\ y \to 1}} \dfrac{2(3x-1)^2-(y-1)^2}{(6x-2)^2+3(y-1)^2}$;

В6. а) $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ y \to 2}} \dfrac{xy-2x}{\sqrt{1-xy+2x}-1}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{x^2-4y^2}{x^2+4y^2}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 7 \\ y \to 4}} \dfrac{\sin(2(x-7)\sqrt{y})}{3x-21}$;

В7. а) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{2x^2+3y^2}{\sqrt{1-2x^2-3y^2}-1}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (1+xy)^{\dfrac{1}{x^2+y^2}}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 4 \\ y \to 1}} \dfrac{\operatorname{tg}\sqrt{x(y-1)}}{2y-2}$;

В8. а) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{x^3+y^2}{\sqrt{4-3x^3-3y^2}-2}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (x^2+2y^2)^{x^3y^3}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ y \to 2}} \dfrac{x^2-y^2}{x^2+xy-2x-2y}$;

В9. а) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 8}} \dfrac{\sin(2xy)}{x\sqrt[3]{y}}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x \to -3 \\ y \to 0}} \dfrac{(x+3)^2-8y^2}{(x+3)^2+y^2}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 5 \\ y \to 1}} \dfrac{xy-x}{\sqrt{x^2y-x^2+1}-1}$;

В10. а) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{8x^2+y^2+x}{\sqrt{1-x-8x^2-y^2}-1}$, б) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (1+2xy)^{\frac{1}{x^2+y^2}}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ y \to 0}} \dfrac{\operatorname{tg}(x^2y)}{xy}$;

б) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (1+x^3y^3)^{\frac{1}{2x^6+y^6}}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ y \to \frac{\pi}{4}}} \dfrac{\operatorname{tg}(xy-y)}{3x-3}$;

B11. а) $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ y \to 1}} \dfrac{x^2-4y^2}{x^2-2xy+x-2y^2}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (3x^2+y^2)^{x^2y^2}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to -3 \\ y \to 1}} \dfrac{x+3y}{\sqrt{1-2x-6y}-1}$;

B12. а) $\lim\limits_{\substack{x \to -2 \\ y \to -\frac{3}{2}}} \dfrac{(x+2)^2-5(2y+3)^2}{(x+2)^2+(2y+3)^2}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 4}} \dfrac{\sin(\frac{7x}{\sqrt{y}})}{2x}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ y \to -1}} \dfrac{x+y}{\sqrt{9-2x-2y}-3}$;

B13. а) $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ y \to 3}} \dfrac{\sin(xy-y)}{2x-2}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{xy+x^2}{\sqrt{x+y+1}-1}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ y \to 1}} \dfrac{5(x-1)^2-(y-1)^2}{2(x-1)^2+3(y-1)^2}$;

B14. а) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{x^4+2y^2}{\sqrt{x^4+2y^2+4}-2}$,

B15. а) $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ y \to 2}} \dfrac{4-y^2}{x^2-xy-2y+2x}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x \to 4 \\ y \to 0}} \dfrac{1}{y}\sin\dfrac{3y}{\sqrt{x^3}}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ y \to -2}} \dfrac{2x+y}{\sqrt{4+4x^2+2yx}-2}$;

B16. а) $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ y \to 2}} \dfrac{(x-1)y^2}{\sqrt{xy-y+1}-1}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ y \to 0}} \dfrac{\sin(2\sqrt{x}y)}{8y}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to -2 \\ y \to \frac{1}{2}}} \dfrac{4(x+2)^2-(2y-1)^2}{(x+2)^2+2(2y-1)^2}$;

B17. а) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 2}} \dfrac{xy}{\sqrt{xy^2+1}-1}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (1+xy)^{\frac{1}{|x|+|y|}}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (x+y)\dfrac{\sin(xy^2)}{x}$;

B18. а) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 2}} \dfrac{4+x^2-y^2}{13x^2-6+3y}$, б) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (1 + x^2 + 3y^2)^{\frac{1}{x^3y^2}}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ y \to -1}} \dfrac{x+y}{\sqrt{1-y^2+x^2}-1}$;

В19. а) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{3xy - y^2}{\sqrt{9-3x+y}-3}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ y \to 0}} \dfrac{\sin(x^3y)}{2y}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 4 \\ y \to 0}} \dfrac{(x-4)^3 - 5y^2}{3(x-4)^3 + 2y^2}$;

В20. а) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{(x-y)^2}{\sqrt{1+x^2+4y^2}-1}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x \to \frac{\pi}{6} \\ y \to \frac{1}{2}}} \dfrac{\operatorname{tg}(x-2xy)}{2-4y}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (1 + x^4y^4)^{\frac{1}{4x^2+4y^2}}$.

3. Найти точки и линии разрыва функции и изобразить их на плоскости:

В1. а) $z = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+30y^2}}$,

б) $z = \dfrac{3x+y}{\sin x \sin y}$;

В2. а) $z = \dfrac{3}{y \sin x}$,

б) $z = \dfrac{2xy}{x^4+y^4}$;

В3. а) $z = \dfrac{x^3}{(x^2+2y^2)(y-3)}$,

б) $z = \dfrac{5\sin x}{x-y^2+1}$;

В4. а) $z = \dfrac{5y}{y-\sqrt{x}+1}$,

б) $z = \dfrac{x-2y}{x^3-8y^3}$;

В5. а) $z = \dfrac{1}{\sin 2x \cos 2y}$,

б) $z = \dfrac{\cos x}{\sqrt{x^2+y^2}}$;

В6. а) $z = \dfrac{\cos xy}{x^2+y^2}$,

б) $z = \dfrac{4}{\cos x \cos y}$;

В7. а) $z = \dfrac{2x^2}{3y-x^2}$,

б) $z = \dfrac{\cos y}{\sqrt{x^2+3y^2}}$;

В8. а) $z = \dfrac{x+y}{x^3+y^3}$,

б) $z = \dfrac{5}{x-5} + \dfrac{x}{y-6}$;

В9. а) $z = \lg(x^2+y^2)$,

б) $z = \dfrac{x^2}{\sin x \sin 2y}$;

В10. а) $z = \dfrac{5x+1}{3y^2-x}$,

б) $z = \dfrac{\sin x + \cos y}{\sqrt{x^2+7y^2}}$;

В11. а) $z = \dfrac{2x-y}{8x^3-y^3}$,

б) $z = \dfrac{1-2x}{xy-1}$;

В12. а) $z = \dfrac{1}{\sin 3x} + \dfrac{3}{\sin 2y}$,

б) $z = \lg(5x^2+3y^4)$;

В13. а) $z = \dfrac{\cos 3y}{3x^2+10y^2}$,

б) $z = \dfrac{x+1}{(2x+1)\cos y}$;

В14. а) $z = \dfrac{2x}{3x+5y}$,

б) $z = \dfrac{\sin xy}{\sqrt{4x^2+y^2}}$;

В15. а) $z = \dfrac{3x-2y}{27x^3-8y^3}$,

б) $z = \dfrac{\sin 3x}{x^2-2y+y^2}$;

В16. а) $z = \ln(7x^2+y^2)$,

б) $z = \dfrac{4x+2}{\cos 4x \cos y}$;

В17. а) $z = \dfrac{4x+1}{(y-2)\cos x}$,

б) $z = \lg(x^2+15y^2)$;

В18. а) $z = \dfrac{x^2+y}{5x^2+6y^2}$,

б) $z = \dfrac{x+4y}{y^2-2x+2}$;

В19. а) $z = \dfrac{5y}{(x^2+y^2)(x+3)}$,

б) $z = \dfrac{\sin 4xy}{x^2+y^2-x}$;

В20. а) $z = \dfrac{3}{x(3x^2+y^2)}$,

б) $z = \lg y^2 + \dfrac{x}{\cos y}$.

4. Построить функцию, имеющую разрыв на данных линиях:

В1. $6x-5y=0, 5x^2+6y^2=7$;

В2. $x^2+y^2=3, x^2-2y^2=4$;

В3. $x+4y^2=3, 4x^2+y^2=1$;

В4. $x^2-4y=3, x^2-y^2=5$;

В5. $3y^2-x=1, 6x^2+5y^2=2$;

В6. $y=2, x=m\pi(m\in Z)$;

В7. $x-4y=0, 5y-y^2+3x^2=1$;

В8. $x=2, x+y=x^2$;

В9. $x=m\pi, y=m\pi(m\in Z)$;

В10. $y=0, x^2+y^2=3$;

В11. $x+3y=y^2, y=\dfrac{(2k+1)\pi}{2}$;

В12. $5y-4x^2=3, y=5$;

В13. $x=y=\dfrac{(2m+1)\pi}{2}(m\in Z)$;

В14. $y^2+4x^2=4, y=6x^2+1$;

В15. $3y-2x=3, x=m\pi(m\in Z)$;

В16. $x^2=1-y, y=k\pi(k\in Z)$;

В17. $y^2=4x-1, y=\dfrac{(2k+1)\pi}{2}(k\in Z)$;

В18. $3x=5y, x=m\pi(m\in Z)$;

В19. $y=1, x=\dfrac{(2m+1)\pi}{2}(m\in Z)$;

В20. $x^2+y^2=x, x=-3$.

5. Проверить непрерывность данной функции в области определения. Ответ обосновать:

В1. $f(x,y) = \begin{cases} \sqrt{16-x^2-y^2} & \text{,если } x^2+y^2\le 16 \\ 0 & \text{,если } x^2+y^2>16 \end{cases}$;

В2. $f(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{,если } x\ne y \\ x & \text{,если } x=y \end{cases}$;

В3. $f(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{,если } x+1\ne y \\ x+1 & \text{,если } x+1=y \end{cases}$;

В4. $f(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{,если } x\text{—иррациональное} \\ y & \text{,если } x\text{—рациональное} \end{cases}$;

В5. $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{3xy}{x^2+y^2} & \text{,если } x\ne 0, y\ne 0 \\ 0 & \text{,если } x=y=0 \end{cases}$;

В6. $f(x,y) = \begin{cases} 2x+3 & \text{,если } 2x+3=y \\ 3 & \text{,если } 2x+3\ne y \end{cases}$;

B7. $f(x,y)=\begin{cases} \sqrt{9-x^2-y^2} & \text{,если } x^2+y^2\le 9 \\ 0 & \text{,если } x^2+y^2>9 \end{cases}$;

B8. $f(x,y)=\begin{cases} y & \text{,если } x=y \\ 0 & \text{,если } x\ne y \end{cases}$;

B9. $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{3xy}{x^2+2y^2} & \text{,если } (x,y)\ne(0,0) \\ 0 & \text{,если } (x,y)=(0,0) \end{cases}$;

B10. $f(x,y)=\begin{cases} 0 & \text{,если } xy\ne 0 \\ 1 & \text{,если } xy=0 \end{cases}$;

B11. $f(x,y)=\begin{cases} 4y & \text{,если } x=y \\ 0 & \text{,если } x\ne y \end{cases}$;

B12. $f(x,y)=\begin{cases} \sqrt{25-x^2-y^2} & \text{,если } x^2+y^2\le 25 \\ 0 & \text{,если } x^2+y^2>25 \end{cases}$;

B13. $f(x,y)=\begin{cases} 0 & \text{,если } x\text{–иррациональное} \\ x & \text{,если } x\text{–рациональное} \end{cases}$;

B14. $f(x,y)=\begin{cases} 1 & \text{,если } xy\ne 0 \\ 2 & \text{,если } xy=0 \end{cases}$;

B15. $f(x,y)=\begin{cases} 0 & \text{,если } x\ne y \\ x^2 & \text{,если } x=y \end{cases}$;

B16. $f(x,y)=\begin{cases} xy\sin\dfrac{1}{y} & \text{,если } y\ne 0 \\ 0 & \text{,если } y=0 \end{cases}$;

B17. $f(x,y)=\begin{cases} -\sqrt{4-x^2-y^2} & \text{,если } x^2+y^2\le 4 \\ 0 & \text{,если } x^2+y^2>4 \end{cases}$;

B18. $f(x,y)=\begin{cases} 10 & \text{,если } xy\ne 0 \\ 5 & \text{,если } xy=0 \end{cases}$;

B19. $f(x,y)=\begin{cases} 2y & \text{,если } x=y \\ 0 & \text{,если } x\ne y \end{cases}$;

B20. $f(x,y)=\begin{cases} -\sqrt{1-4x^2-y^2} & \text{,если } 4x^2+y^2\le 1 \\ 0 & \text{,если } 4x^2+y^2>1 \end{cases}$.

Часть III.

1. Доказать с помощью определения предела функции в точке:

B1. $\begin{cases} z=\sqrt{1-2x^2-y^2} \\ y=0 \end{cases}$,в точке$(\frac{1}{2},0,\sqrt{\frac{1}{2}})$;

B2. $\begin{cases} z=\dfrac{x^2+y^2}{5} \\ y=2 \end{cases}$,в точке$(1,2,1)$;

B3. $\begin{cases} z=x^2+\dfrac{y^2}{4} \\ y=2 \end{cases}$,в точке$(1,2,2)$;

B4. $\begin{cases} z=\sqrt{1-x^2-y^2} \\ y=\dfrac{3}{5} \end{cases}$,в точке$(0,\frac{3}{5},\frac{4}{5})$;

B5. $\begin{cases} z=2x^2+y^2 \\ y=1 \end{cases}$,в точке$(2,1,3)$;

B6. $\begin{cases} z = \frac{1}{2}(x^2+y^2) \\ y = 1 \end{cases}$,в точке$(1,1,1)$;

B7. $\begin{cases} z = \frac{1}{15}(x^2+y^2) \\ y = 2 \end{cases}$,в точке$(1,2,\frac{1}{3})$;

B8. $\begin{cases} z = x^2+\frac{1}{4}y^2 \\ y = 2 \end{cases}$,в точке$(1,2,2)$;

B9. $\begin{cases} z = \frac{3x^2-y^2}{4} \\ y = 1 \end{cases}$,в точке$(1,1,\frac{1}{2})$;

B10. $\begin{cases} z = \frac{1}{6}(x^2-y^2) \\ y = 1 \end{cases}$,в точке$(2,1,\frac{1}{2})$;

B11. $\begin{cases} z = 2xy \\ y = 2 \end{cases}$,в точке$(1,2,4)$;

B12. $\begin{cases} z = x+x^2+y^2 \\ y = 1 \end{cases}$,в точке$(0,1,1)$;

B13. $\begin{cases} z = \ln(x^2+y^2) \\ y = 1 \end{cases}$,в точке$(0,1,0)$;

B14. $\begin{cases} z = 3-xy \\ y = 1 \end{cases}$,в точке$(1,1,2)$;

B15. $\begin{cases} z = (4x-y)^2 \\ y = 4 \end{cases}$,в точке$(1,4,0)$;

B16. $\begin{cases} z = 2xy-5x^2 \\ y = 2 \end{cases}$,в точке$(1,2,-1)$;

B17. $\begin{cases} z = \ln(xy) \\ y = 1 \end{cases}$,в точке$(1,1,0)$;

B18. $\begin{cases} z = 3xy-2 \\ y = 1 \end{cases}$,в точке$(1,1,1)$;

B19. $\begin{cases} z = y^2-4xy \\ y = 2 \end{cases}$,в точке$(\frac{1}{2},2,0)$;

B20. $\begin{cases} z = x^2-xy-y^2 \\ y = 3 \end{cases}$,в точке$(2,3,-1)$.

2. Доказать с помощью определения дифференцируемость функции в любой ее точки области определения:

B1. $z=(x-8y)^2+x$;

B2. $z=x^2+y^2$;

B3. $z=2xy-y$;

B4. $z=(3x+y)^2+2y$;

B5. $z=(5x-8y)^2$;

B6. $z=3-x^2-y^2+x$;

B7. $z=x^2-8x+y^2$;

B8. $z=(x+y)^2-x$;

B9. $z=y^2-xy$;

B10. $z=(x-4y)^2+x^2$;

B11. $z=x^2-3y+2y^2$;

B12. $z=5xy-x+2y$;

B13. $z=(x-3)(y+2)$;

B14. $z=(2x-y)(x+1)$;

B15. $z=x^2-y^2-3x$;

B16. $z=(x+3y)(2y-1)$;

B17. $z=x+(y-2x)^2$;

B18. $z=(2x-y)^2$;

B19. $z=x^2+3y^2-xy$;

B20. $z=4-x+2y^2+x^2$.

3. Найти дифференциал функции:

B1. $z=\operatorname{arctg}\dfrac{x+y}{x-y}$;

B2. $z=\ln\sqrt{x^2+y^2}$;

B3. $z=\arcsin\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$;

B4. $z=x^y+y\sqrt{x}$;

B5. $z=\ln(x^2+\sqrt[3]{y})$;

B6. $z=(\sin x)^{\cos y}$;

B7. $z=(x+y)^2+y^x$;

B8. $z=\ln\sin\dfrac{x}{\sqrt{y}}$;

B9. $z=\arccos\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$;

B10. $z=x^{\cos y}+\sqrt{x}$;

B11. $z=y^{\sin x}-\ln x$;

B12. $z=(\cos y)^{\sin x}$;

B13. $z=(x+1)^y+\sqrt[5]{y}$;

B14. $z=2^{xy}-\ln y$;

B15. $z=3^x+\sin(xy)$;

B16. $z=\cos^2(x^2+y^2)-\sin^2(x^2+y^2)$;

B17. $z=x^{\sin y\cos y}+\pi$;

B18. $z=\ln\cos\dfrac{\sqrt{x}}{y}$;

B19. $z=e^{\sqrt{xy}}-x^y$;

B20. $z=\cos y\sin\sqrt[3]{x}+2^{x^2}$.

4. Найти полную производную сложной функции:

B1. $z=\ln(x^2+y^2), y=\operatorname{arctg}x$;

B2. $z=x^2y+y^2x, x=\cos y$;

B3. $z=e^Ue^V, V=\dfrac{1}{U}$;

B4. $z=\xi^2\eta^3+\ln\xi, \xi=\sin\eta$;

B5. $z=\sin(xy), x=\operatorname{arctg}y$;

B6. $z=\cos\dfrac{U}{V}, V=e^{2U}$;

B7. $z=\ln(e^{\cos U}+e^{\sin V}), U=\ln V$;

B8. $z=\sqrt{(x+1)y}, x=\arcsin y$;

B9. $z=e^{\xi^2}e^{t+\xi}, \xi=\cos t^2$;

B10. $z=$;

B11. $x+3y=y^2, y=\dfrac{(2k+1)\pi}{2}(k\in Z)$;

B12. $5y-4x^2=3, y=5$;

B13. $x=y=\dfrac{(2m+1)\pi}{2}(m\in Z)$;

B14. $y^2+4x^2=4, y=6x^2+1$;

B15. $3y-2x=3, x=m\pi(m\in Z)$;

B16. $x^2=1-y, y=k\pi(k\in Z)$;

B17. $y^2=4x-1, y=\dfrac{(2k+1)\pi}{2}(k\in Z)$;

B18. $3x=5y, x=m\pi(m\in Z)$;

B19. $y=1, x=\dfrac{(2m+1)\pi}{2}(m\in Z)$;

B20. $x^2+y^2=x, x=-3$.

5. Проверить непрерывность данной функции в области определения. Ответ обосновать:

B1. $f(x,y)=\begin{cases}\sqrt{16-x^2-y^2} & \text{,если } x^2+y^2\le 16\\ 0 & \text{,если } x^2+y^2>16\end{cases}$;

B2. $f(x,y)=\begin{cases}0 & \text{,если } x\ne y\\ x & \text{,если } x=y\end{cases}$;

B3. $f(x,y)=\begin{cases}1 & \text{,если } x+1\ne y\\ x+1 & \text{,если } x+1=y\end{cases}$;

B4. $f(x,y)=\begin{cases}0 & \text{,если } x\text{—иррациональное}\\ y & \text{,если } x\text{—рациональное}\end{cases}$;

B5. $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{3xy}{x^2+y^2} & \text{,если } x\ne 0, y\ne 0\\ 0 & \text{,если } x=y=0\end{cases}$;

B6. $f(x,y)=\begin{cases}2x+3 & \text{,если } 2x+3=y\\ 3 & \text{,если } 2x+3\ne y\end{cases}$;

B7. $f(x,y)=\begin{cases}\sqrt{9-x^2-y^2} & \text{,если } x^2+y^2\le 9\\ 0 & \text{,если } x^2+y^2>9\end{cases}$;

B8. $f(x,y)=\begin{cases}y & \text{,если } x=y\\ 0 & \text{,если } x\ne y\end{cases}$;

B9. $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{3xy}{x^2+2y^2} & \text{,если } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & \text{,если } (x,y)=(0,0) \end{cases}$;

B10. $f(x,y)=\begin{cases} 0 & \text{,если } xy\neq 0 \\ 1 & \text{,если } xy=0 \end{cases}$;

B11. $f(x,y)=\begin{cases} 4y & \text{,если } x=y \\ 0 & \text{,если } x\neq y \end{cases}$;

B12. $f(x,y)=\begin{cases} \sqrt{25-x^2-y^2} & \text{,если } x^2+y^2\leq 25 \\ 0 & \text{,если } x^2+y^2>25 \end{cases}$;

B13. $f(x,y)=\begin{cases} 0 & \text{,если } x\text{—иррациональное} \\ x & \text{,если } x\text{—рациональное} \end{cases}$;

B14. $f(x,y)=\begin{cases} 1 & \text{,если } xy\neq 0 \\ 2 & \text{,если } xy=0 \end{cases}$;

B15. $f(x,y)=\begin{cases} 0 & \text{,если } x\neq y \\ x^2 & \text{,если } x=y \end{cases}$;

B16. $f(x,y)=\begin{cases} xy\sin\dfrac{1}{y} & \text{,если } y\neq 0 \\ 0 & \text{,если } y=0 \end{cases}$;

B17. $f(x,y)=\begin{cases} -\sqrt{4-x^2-y^2} & \text{,если } x^2+y^2\leq 4 \\ 0 & \text{,если } x^2+y^2>4 \end{cases}$;

B18. $f(x,y)=\begin{cases} 10 & \text{,если } xy\neq 0 \\ 5 & \text{,если } xy=0 \end{cases}$;

B19. $f(x,y)=\begin{cases} 2y & \text{,если } x=y \\ 0 & \text{,если } x\neq y \end{cases}$;

B20. $f(x,y)=\begin{cases} -\sqrt{1-4x^2-y^2} & \text{,если } 4x^2+y^2\leq 1 \\ 0 & \text{,если } 4x^2+y^2>1 \end{cases}$.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания индивидуальной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов;	"Отлично"
- все задания индивидуальной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решено не менее 65% всех заданий индивидуальной работы; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий;	"Удовлетворительно"
- решено менее 65% заданий работы; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	Неудовлетворительно.

Оценочное средство

Коллоквиум №1

1. Метрические пространства. Аксиомы метрики. Примеры метрических пространств.
2. Нормированные пространства $C^p([a,b]), R_p^n, L_p, l_p$.
3. Шары, сферы, окрестности в метрических пространствах.
4. Открытые и замкнутые множества. Внутренность, замыкание. Свойства открытых и закрытых множеств.
5. Открытый шар открыт. Замкнутый шар замкнут.
6. Компактные пространства. Некомпактность бесконечномерного шара. Непрерывный образ компакта. Непрерывная биекция компакта есть гомеоморфизм.

7. Непрерывные отображения. Различные определения непрерывности.
8. Компактные множества замкнуты и ограничены.
9. Компактные: множества ограничены и счётно - компактны.
10. Связные, несвязные множества. Непрерывный образ связного множества. Связные компоненты.
11. Топологическое пространство. База топологии. Сравнение топологий.
12. Фундаментальные последовательности. Полные метрические пространства. Теорема о пополнении.
13. Сжимающее отображение. Теорема о неподвижной точке.
14. Полнота компактных метрических пространств.
15. Нормированные пространства. Связь нормы и метрики. Примеры нормированных пространств.
16. Гомеоморфизмы. Примеры непрерывных биекций, не являющихся гомеоморфизмами. Теорема о непрерывной биекции компакта.
17. Гильбертово пространство. Скалярное произведение. Выражение нормы и метрики через скалярное произведение.
18. Ряд Фурье для элемента x в гильбертовом пространстве. Неравенство Бесселя.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
Студент может ответить на не менее, чем 80% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, не используя лекционную тетрадь.	"Отлично"
Студент может ответить на не менее, чем 70% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, используя лекционную тетрадь.	"Хорошо"
Студент может ответить на не менее, чем 60% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем.	"Удовлетворительно"
Студент может ответить на менее, чем 60% вопросов коллоквиума.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Коллоквиум №2

1. Ряд Фурье периодической функции.
2. Интеграл Дирихле.
3. Стремление к нулю коэффициентов ряда Фурье.
4. Принцип локализации.
5. Признаки Дини
и Липшица. Равномерная сходимость. Поведение в точках разрыва исходной функции.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
Студент может ответить на не менее, чем 80% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, не используя лекционную тетрадь.	"Отлично"
Студент может ответить на не менее, чем 70% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, используя лекционную тетрадь.	"Хорошо"
Студент может ответить на не менее, чем 60% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем.	"Удовлетворительно"
Студент может ответить на менее, чем 60% вопросов коллоквиума.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Коллоквиум №3

1. Дифференцируемость функций $R^n \to R^m$. Дифференциал.
2. Частные производные. Критерий дифференцируемости функций.
3. Приближённые вычисления с помощью дифференциала.
4. Геометрический смысл частных производных. Производные по направлению и градиент. Уравнение нормали и касательной плоскости к графику функций нескольких переменных.
5. Смешанные производные. Теорема о равенстве смешанных производных.
6. Теорема о конечных приращениях. Формула Тейлора для функций нескольких переменных. Применение к приближенным вычислениям.
7. Дифференцируемость композиции функций. Инвариантность первого дифференциала. Неинвариантность второго дифференциала и формулы для производных высших порядков сложной функции.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
Студент может ответить на не менее, чем 80% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, не используя лекционную тетрадь.	"Отлично"
Студент может ответить на не менее, чем 70% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, используя лекционную тетрадь.	"Хорошо"
Студент может ответить на не менее, чем 60% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем.	"Удовлетворительно"
Студент может ответить на менее, чем 60% вопросов коллоквиума.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Контрольная работа №1

1. Проверка выполнения аксиом топологии. Является ли топологией на множестве $X = \{a, b, c\}$ совокупность его подмножеств:

а) $\{\emptyset, X, \{b\}, \{a, b\}, \{a, c\}\}$;

б) $\{\emptyset, X, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}, \{a, c\}\}$?

2. Проверка подмножества топологического пространства на открытость, замкнутость. Какие из множеств A, B, C, D являются открытыми и незамкнутыми, замкнутыми и неоткрытыми, ни открытыми ни замкнутыми, и открытыми и замкнутыми в топологическом пространстве (X, ρ):

а) $A = [1; +\infty), B = (1; 3], C = (-1; 0) \cup (0; 1), D = \{1, 2\}, (X, \rho) = \mathbb{R}^1$;

б) $A = B^2 \cap B^2((1, 1), \sqrt{2}), B = S^1, C = D^2 \cup B^2((1, 1), \sqrt{2}), D = B^2 \setminus \{(0, 0)\}, (X, \rho) = \mathbb{R}^2$?

3. Проверка множеств на открытость, замкнутость в подпространстве топологического пространства.

Какие из множеств A, B, C, D являются открытыми и незамкнутыми, замкнутыми и неоткрытыми, ни открытыми ни замкнутыми, и открытыми и замкнутыми в полуинтервале [0; 10) числовой прямой $\mathbb{R}^1$ (топология на полуинтервале индуцирована топологией пространства $\mathbb{R}^1$):

A=[0; 1), B=[1; 10), C=[0; 10), D=(1; 9]?

4. Нахождение точек прикосновения множества в топологическом пространстве. Найти замыкание множества в топологическом пространстве:

а) $(-1; 0) \cup (0; 1)$ в $\mathbb{R}^1$; б) $\mathbb{Q}$ в $\mathbb{R}^1$; в) S^1 в $\mathbb{R}^2$; г) B^3 в $\mathbb{R}^3$.

5. Нахождение внутренних и граничных точек множества в топологическом пространстве. Найти внутренность и границу множества в топологическом пространстве:

а) $(-1; 0] \cup [1; 2)$ в $\mathbb{R}^1$;

б) I в $\mathbb{R}^1$;

в) S^2 в $\mathbb{R}^3$;

г) D^2 в $\mathbb{R}^2$.

6. Нахождение предельных и изолированных точек множества в топологическом пространстве. Найти совокупность предельных и совокупность изолированных точек множества в топологическом пространстве:

а) $\left\{\dfrac{1}{n} | n \in \mathbb{N}\right\}$ в $\mathbb{R}^1$;

б) $[0; 1) \cup \{2\}$ в $\mathbb{R}^1$;

в) $B^2\{(0; 0)\}$ в $\mathbb{R}^2$;

г) S^2 в $\mathbb{R}^3$.

7. Проверка отображения топологического пространства на гомеоморфность. При каких значениях a, b, c функция $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ является гомеоморфизмом $\mathbb{R}^1$ на $\mathbb{R}^1$?

8. Конструирование гомеоморфных отображений пространства, проверка топологических пространств на гомеоморфность. Найти какой-нибудь гомеоморфизм промежутка A на промежуток B числовой прямой (доказать, что промежутка A и B гомеоморфны):

а) $A = [1; 5], B = [2; 3]$;

б) $A = (0; 1), B = (0; +\infty)$;
в) $A = (0; 1], B = [0; 1)$.

9. Проверка пространства, подмножества пространства на связность. Является ли связным множество:
а) $\mathbb{Z}$ в $\mathbb{R}^1$;
б) $\mathbb{Q}$ в $\mathbb{R}^1$;
в) $(1; 2]$ в $\mathbb{R}^1$;
г) S^1 в $\mathbb{R}^2$;
д) $B^3 \cup D^3((10; 10; 10), 1)$ в $\mathbb{R}^3$?

10. Проверка пространства, подмножества пространства на компактность. Является ли компактным множество:
а) $[0; 1] \cup 2$ в $\mathbb{R}^1$;
б) замкнутая полуплоскость в $\mathbb{R}^2$;
в) $B^2((-2; 0), 1) \cup B^2((2; 0), 1)$ в $\mathbb{R}^3$;
г) S^2 в R^3?

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания контрольной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов.	"Отлично"
- все задания контрольной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решены не менее 60% всех задач в контрольной работе; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий.	"Удовлетворительно"
- количество верно решенных задач – менее 60%; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Контрольная работа №2

Вариант 1

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ с периодом 2π, заданную в интервале $[-\pi;\pi]$ уравнением $f(x) = \pi + x$.

2. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ с периодом 2, заданную в интервале [-1;1] уравнением $f(x) = x^2$.

Вариант 2

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ с периодом 2π, заданную в интервале $[-\pi;\pi]$ уравнением $f(x) = \dfrac{1}{2x}$.

2. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$, заданную на полупериоде [0;2] уравнением $f(x) = x - \dfrac{x^2}{2}$ (продолжив ее в соседний полусегмент четным образом).

Вариант 3

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ с периодом 2π, заданную в интервале $[-\pi;\pi]$ уравнением $f(x) = e^x$.

2. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$, заданную на полупериоде [0;2] уравнением $f(x) = x - \dfrac{x^2}{2}$ (продолжив ее в соседний полусегмент нечетным образом).

Вариант 4

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ с периодом 2π, заданную в интервале $[-\pi;\pi]$ уравнением $f(x) = x^3$.

2. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ с периодом 2, заданную в интервале [-1;1] уравнением $f(x) = |x|$.

Вариант 5

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ с периодом 2π, заданную в интервале $[0;\pi]$ уравнением $f(x) = \pi - 2x$ (Продолжить $f(x)$ на сегмент $[-\pi;0]$ четным образом).

2. Разложить в ряд Фурье по косинусам периодическую функцию $f(x)$ с периодом 4, заданную уравнением $f(x) = \begin{cases} x & \text{,при } 0 < x \leq 1 \\ 2 - x & \text{,при} 1 < x \leq 2 \end{cases}$.

Вариант 6

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ с периодом 2π, заданную в интервале $[0;\pi]$ уравнением $f(x) = \pi - 2x$ (Продолжить $f(x)$ на сегмент $[-\pi;0]$ нечетным образом).

2. Разложить в ряд Фурье по синусам периодическую функцию $f(x)$ с периодом 2, заданную в интервале [0;1] уравнением $f(x) = x$.

Вариант 7

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ с периодом 2π, заданную в интервале $[0;\pi]$ уравнением $f(x) = x^3$ (Продолжить $f(x)$ на сегмент $[-\pi;0]$ четным образом).

2. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ с периодом 2L, за-

данную в интервале [-L; L] уравнением $f(x) = \begin{cases} 0 & ,\text{при } -L \le x \le 0 \\ x & ,\text{при} 0 \le x \le \dfrac{L}{2} \\ \dfrac{L}{2} & ,\text{при} \dfrac{L}{2} \le x \le L \end{cases}$. Считать L=1.

Вариант 8

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ с периодом 2π, заданную в интервале $[0;\pi]$ уравнением $f(x) = x^2$ (Продолжить $f(x)$ на сегмент $[-\pi;0]$ нечетным образом).

2. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию f(x) с периодом 2L, заданную в интервале [-L; L] уравнением $f(x) = \begin{cases} 0 & ,\text{при } -L \le x \le 0 \\ x & ,\text{при} 0 \le x \le \dfrac{L}{2} \\ \dfrac{L}{2} & ,\text{при} \dfrac{L}{2} \le x \le L \end{cases}$. Считать L=2.

Вариант 9

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ с периодом 2π, заданную в интервале $[-\pi;\pi]$ уравнением $f(x) = \begin{cases} -x & ,\text{при } -\pi \le x < 0 \\ 0 & ,\text{при} 0 \le x \le \pi \end{cases}$.

2. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ с периодом 2L, заданную в интервале [-L; L] уравнением $f(x) = \begin{cases} 0 & ,\text{при } -L \le x \le 0 \\ x & ,\text{при} 0 \le x \le \dfrac{L}{2} \\ \dfrac{L}{2} & ,\text{при} \dfrac{L}{2} \le x \le L \end{cases}$. Считать L=3.

Вариант 10

1. Разложить в ряд Фурье по синусам периодическую функцию $f(x)$ с периодом 2π, заданную в интервале $[0;\pi]$ уравнением $f(x) = \cos 2x$.

2. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ с периодом 2L, заданную в интервале [-L; L] уравнением $f(x) = \begin{cases} 0 & ,\text{при } -L \le x \le 0 \\ x & ,\text{при} 0 \le x \le \dfrac{L}{2} \\ \dfrac{L}{2} & ,\text{при} \dfrac{L}{2} \le x \le L \end{cases}$. Считать L=4.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания контрольной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов.	"Отлично"
- все задания контрольной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решены не менее 60% всех задач в контрольной работе; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий.	"Удовлетворительно"
- количество верно решенных задач – менее 60%; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Контрольная работа №3

Вариант 1

1. Дана функция $z = \dfrac{y}{(x^2 - y^2)^5}$. Показать, что $\dfrac{1}{x}\dfrac{\partial z}{\partial x} + \dfrac{1}{y}\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{z}{y^2}$.

2. Вычислить приближенное значение функции $z = f(x, y)$ в точке B, используя понятие дифференциала: $z = x^2 + xy + y^2$; A(1;2); B(1,01; 1,96).

3. Исследовать функцию $z = f(x, y)$ на экстремум, а в указанной области D найти ее наименьшее и наибольшее значения:

$z = x^3 - 3x^2 + 6xy - 3y^2 + 3x - 6y; D : x \leq 1, y \leq 0, x + y + 9 \geq 0.$

Вариант 2

1. Дана функция $z = \dfrac{y^2}{3x} + \arcsin xy$. Показать, что $x^2\dfrac{\partial z}{\partial x} - xy\dfrac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0$.

2. Вычислить приближенное значение функции $z = f(x, y)$ в точке B, используя понятие дифференциала: $z = 3x^2 - xy + x = y$; A(1;3); B(1,06; 2,92).

3. Исследовать функцию $z = f(x, y)$ на экстремум, а в указанной области D найти ее наименьшее и наибольшее значения:

$z = 3x^2 + 6xy + 12x + 12y + y^3; D : x \geq -4, y \leq 0, x - y \geq 0.$

Вариант 3

1. Дана функция $z = \ln(x^2 + y^2 + 2x + 1)$. Показать, что $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

2. Вычислить приближенное значение функции z=f(x,y) в точке B, используя понятие дифференциала: $z = x^2 + 3xy - 6y$; A(4;1); B(3,96; 1,03).

3. Исследовать функцию $z = f(x, y)$ на экстремум, а в указанной области D найти ее наименьшее и наибольшее значения:

$z = x^3 + 6x^2 + 6xy - 3y^2 + 12x + 12y; D : x + 2 \geq 0, y \leq 0, x + y + 12 \geq 0.$

Вариант 4

1. Дана функция $z = e^{xy}$. Показать, что $x^2\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2xy\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2xy = 0$.

2. Вычислить приближенное значение функции $z = f(x, y)$ в точке B, используя понятие дифференциала: $z = x^2 + 6x + 3y - y^2$; A(2;3); B(2,02; 2,97)

3. Исследовать функцию $z = f(x, y)$ на экстремум, а в указанной области D найти ее наименьшее и наибольшее значения:

$z = 3x^2 + 6xy + 6y^2 + 12x + 12y + y^3; D : x \leq 0, y \geq -2, x - y + 8 \geq 0.$

Вариант 5

1. Дана функция $z = \ln(x + e^{-y})$. Показать, что $\dfrac{\partial z}{\partial x}\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \dfrac{\partial z}{\partial y}\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$.

2. Вычислить приближенное значение функции $z = f(x, y)$ в точке B, используя понятие дифференциала: $z = x^2 + 2xy + 3y^2$; A(2;1); B(1,96; 1,04)

3. Исследовать функцию $z = f(x, y)$ на экстремум, а в указанной области D найти ее наименьшее и наибольшее значения:

$z = x^3 + 6xy - 3y^2 + 12x - 12y; D : x \geq 0; y + 4 \geq 0; x + y \leq 0.$

Вариант 6

1. Дана функция $z = \dfrac{x}{y}$. Показать, что $x\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \dfrac{\partial z}{\partial y} = 0$.

2. Вычислить приближенное значение функции $z = f(x, y)$ в точке B, используя понятие дифференциала: $z = x^2 + 2x + y + y^2 - 1$; A(2;4); B(1,98; 3,91).

3. Исследовать функцию $z = f(x, y)$ на экстремум, а в указанной области D найти ее наименьшее и наибольшее значения:

$z = 3x^2 - 6xy + 6y^2 + 12x - 12y - y^3; D : x \leq 0; y \leq 2; x + y + 8 \geq 0.$

Вариант 7

1. Дана функция $z = x^y$. Показать, что $y\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = (1 + y \ln x)\dfrac{\partial z}{\partial x}$.

2. Вычислить приближенное значение функции $z = f(x, y)$ в точке B, используя понятие дифференциала: $z = 3x^2 - xy + 2y^2$; A(-1;3); B(-0,98; 2,97)

3. Исследовать функцию $z = f(x, y)$ на экстремум, а в указанной области D найти ее наименьшее и наибольшее значения:

$z = y^3 - 3x^2 + 6xy + 6y - 6x; D : x + 3 \geq 0; y \geq 0; x + y \leq 1.$

Вариант 8

1. Дана функция $z = xe^{\frac{y}{x}}$. Показать, что $x^2\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

2. Вычислить приближенное значение функции $z = f(x, y)$ в точке B, используя понятие дифференциала: $z = x^2 + 5x + 4y - y^2$; A(3;3); B(3,02; 2,98).

3. Исследовать функцию $z = f(x, y)$ на экстремум, а в указанной области D найти ее наименьшее и наибольшее значения:

$z = x^3 + 6xy + 3y^2 + 6x + 6y; D : x \leq 0; y + 3 \geq 0; x - y + 1 \geq 0.$

Вариант 9

1. Дана функция $z = \sin(x + ay)$. Показать, что $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} = a^2\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

2. Вычислить приближенное значение функции $z = f(x, y)$ в точке B, используя понятие дифференциала: $z = 2xy + 3y^2 - 5x$; A(3;4); B(3,04; 3,95).

3. Исследовать функцию $z = f(x, y)$ на экстремум, а в указанной области D найти ее наименьшее и наибольшее значения:

$z = y^3 - 3x^2 + 6xy + 3y^2 + 6x + 3y; D : x \leq 0; y + 1 \leq 0; x + y + 11 \geq 0.$

Вариант 10

1. Дана функция $z = \cos y + (y - x)\sin y$. Показать, что $(x - y)\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \dfrac{\partial z}{\partial y}$.

2. Вычислить приближенное значение функции $z = f(x, y)$ в точке B, используя понятие дифференциала: $z = xy + 2y^2 - 2x$; A(1;2); B(0,97; 2,03).

3. Исследовать функцию $z = f(x, y)$ на экстремум, а в указанной области D найти ее наименьшее и наибольшее значения:

$z = x^3 + 3x^2 - 6xy - 3y^2 + 3x - 6y; D : x + 1 \leq 0; y \geq 0; x - y + 11 \geq 0.$

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания контрольной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов.	"Отлично"
- все задания контрольной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решены не менее 60% всех задач в контрольной работе; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий.	"Удовлетворительно"
- количество верно решенных задач – менее 60%; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Вопросы к экзамену

1. Аксиомы метрического пространства. Нормированные пространства, основные примеры метрических пространств.
2. Шары. Сферы. Окрестности. Свойства окрестностей.
3. Внутренние точки, точки прикосновения, внутренность, замыкание.
4. Открытые и замкнутые множества в метрических пространствах, свойства открытых и замкнутых множеств.
5. Топологические пространства. Примеры топологий.
6. Непрерывные отображения в топологических пространствах. Эквивалентность различных определений. Гомеоморфизмы.
7. Покрытия. Центрированные системы. Эквивалентность двух определений компактности.
8. Свойства компактных пространств:
8.1. замкнутость,
8.2. ограниченность в метрических пространствах,
8.3. замкнутое подмножество компакта,
8.4. полная ограниченность,
8.5. счетная компактность.
9. Свойства непрерывных функций на компакте:
9.1. непрерывный образ компакта,
9.2. существование максимума и минимума,
9.3. непрерывная биекция есть гомеоморфизм,
9.4. равномерная непрерывность (теорема Кантора).
10. Связные, линейно связные, локально связные и локально линейно связные пространства. Непрерывность и связность. Путь в топологическом пространстве X.
11. Полные метрические пространства. Фундаментальные последовательности. Теорема Банаха о неподвижной точке.
12. Скалярное произведение. Выражение нормы через скалярное произведение. Гильбертово пространство. Базис. Ряд Фурье. Неравенство Бесселя, равенство Парсеваля.
13. Теорема Вейерштрасса о плотности тригонометрических полиномов в $C[0,\ 2\pi]$ и о плотности алгебраических многочленов в $C[a,\ b]$. Плотность тригонометрических полиномов в пространстве $C[-\pi,\ \pi]$.
14. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Стремление к нулю коэффициентов Фурье. Условия разложимости произвольного элемента в ряд Фурье. Критерии базиса для ОНС.
15. Тригонометрический ряд Фурье; сходимость в среднем, равенство Парсеваля. Ряды Фурье по синусам и ряды Фурье по косинусам на $(0,\pi)$. Ряд Фурье в комплексной форме.
16. Тригонометрическая система в $L_2[0,2\pi]$. Ортогональность ее векторов, разложение функции по тригонометрической системе. Другие виды базисов: разложение по синусам и косинусом. Формулы разложения в ряд Фурье для произвольного отрезка.
17. Теорема Римана. Стремление к нулю коэффициентов Фурье. Ядро Дирихле. Условие Дини и сходимость в точках разрыва. Суммы Фейера и ядро Фейера. Равномерная сходимость ряда Фурье.

18. Суммы Фейера и ядро Фейера. Равномерная сходимость ряда Фурье.
19. Частные производные и их геометрический смысл. Дифференцируемость ФНП. Необходимое условие. Достаточное условие. Геометрический смысл дифференцируемости (при $m = 2$).
20. Дифференцируемость композиции функций. Инвариантность формы дифференциала.
21. Производная по направлению. Градиент.
22. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.
23. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для ФНП.
24. Экстремум ФНП. Необходимое условие. Достаточное условие экстремума.
25. Дифференцируемые отображения, производная, дифференциал. Матрица Якоби. Дифференцируемость отображения и его координат.
26. Необходимое условие дифференцируемости. Достаточное условие. Линейность операции дифференцирования.
27. Дифференцируемость композиции отображений. Дифференцируемость обратного отображения.
28. Неявные функции одной переменной. Теорема о неявной функции. Уравнение касательной плоскости.
29. Неявные отображения. Теорема о неявном отображении.
30. Теорема о ранге. Зависимость функций. Условие независимости функций.
31. Теорема об обратном отображении.
32. Условный экстремум; метод множителей Лагранжа.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- студент знает формулировки определений и может привести несколько примеров к каждому определению; - студент знает формулировки всех утверждений и теорем; - студент знает план доказательства всех утверждений и теорем, умеет при необходимости провести подробное доказательство каждого пункта; - студент может ответить на дополнительные вопросы по курсу без предварительной подготовки. - студент может излагать ответы на вопросы экзамена у доски.	"Отлично"
- студент знает формулировки определений и может привести несколько примеров к каждому определению; - студент знает формулировки всех утверждений и теорем; - студент знает план доказательства всех утверждений и теорем, но испытывает затруднения при подробном изложении некоторых пунктов доказательства; - студент может ответить на дополнительные вопросы по курсу без предварительной подготовки.	"Хорошо"
- студент знает формулировки определений и может привести пример к каждому определению; - студент знает формулировки всех утверждений и теорем; - студент может ответить на дополнительные вопросы по курсу без предварительной подготовки.	"Удовлетворительно"
- студент не знает формулировки определений или не умеет приводить примеры для них; - студент не знает формулировки основных утверждений и теорем; - студент не может изложить ответ на заданные вопросы.	"Неудовлетворительно"

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ____ >> ______________20____г.
Протокол №______________________
Зав. кафедрой_______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 1

1. Частные производные и их геометрический смысл.
2. Экстремум ФНП. Необходимое условие. Достаточное условие экстремума.

Подпись экзаменатора ______________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ____ >> ______________20____г.
Протокол №______________________
Зав. кафедрой_______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Факультет: физико-математический

Экзаменационный билет № 2

1. Аксиомы метрического пространства. Нормированные пространства, основные примеры метрических пространств.

2. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Стремление к нулю коэффициентов Фурье.

Подпись экзаменатора ______________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ___ >> ____________20___г.
Протокол №__________________
Зав. кафедрой____________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Факультет: физико-математический

Экзаменационный билет № 3

1. Дифференцируемость композиции отображений. Дифференцируемость обратного отображения.

2. Теорема Римана. Стремление к нулю коэффициентов Фурье. Ядро Дирихле.

Подпись экзаменатора ______________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ___ >> ____________20___г.
Протокол №__________________
Зав. кафедрой____________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Факультет: физико-математический

Экзаменационный билет № 4

1. Шары. Сферы. Окрестности. Свойства окрестностей.

2. Полные метрические пространства. Фундаментальные последовательности. Теорема Банаха о неподвижной точке.

Подпись экзаменатора ______________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ____ >> ______________ 20____ г.
Протокол №______________________
Зав. кафедрой_______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Факультет: физико-математический

Экзаменационный билет № 5

1. Скалярное произведение. Выражение нормы через скалярное произведение.
2. Теорема об обратном отображении.

Подпись экзаменатора ______________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ____ >> ______________ 20____ г.
Протокол №______________________
Зав. кафедрой_______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Факультет: физико-математический

Экзаменационный билет № 6

1. Внутренние точки, точки прикосновения, внутренность, замыкание.
2. Теорема Вейерштрасса о плотности тригонометрических полиномов в $C_{2\pi}$ и о плотности алгебраических многочленов в $C[a,b]$.

Подпись экзаменатора ______________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ____ >> ______________ 20___ г.
Протокол №____________________
Зав. кафедрой______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Факультет: физико-математический

Экзаменационный билет № 7

1. Открытые и замкнутые множества в метрических пространствах, свойства открытых и замкнутых множеств.

2. Условный экстремум; метод множителей Лагранжа.

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ____ >> ______________ 20___ г.
Протокол №____________________
Зав. кафедрой______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Факультет: физико-математический

Экзаменационный билет № 8

1. Связные, линейно связные, локально связные и локально линейно связные пространства. Непрерывность и связность. Путь в топологическом пространстве X.

2. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для ФНП.

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО на заседании кафедры << ____ >> ______________20____ г. Протокол №____________________ Зав. кафедрой______________	Горно-Алтайский государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Факультет: физико-математический

Экзаменационный билет № 9

1. Топологические пространства. Примеры топологий.

2. Условия разложимости произвольного элемента в ряд Фурье. Критерии базиса для ОНС.

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО на заседании кафедры << ____ >> ______________20____ г. Протокол №____________________ Зав. кафедрой______________	Горно-Алтайский государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Факультет: физико-математический

Экзаменационный билет № 10

1. Дифференцируемость ФНП. Необходимое условие. Достаточное условие. Геометрический смысл дифференцируемости (при $m = 2$).

2. Теорема о ранге. Зависимость функций. Условие независимости функций.

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ___ >> ____________ 20___ г.
Протокол №__________________
Зав. кафедрой____________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Факультет: физико-математический

Экзаменационный билет № 11

1. Покрытия. Центрированные системы. Эквивалентность двух определений компактности.

2. Условие Дини и сходимость в точках разрыва. Суммы Фейера и ядро Фейера. Равномерная сходимость ряда Фурье.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ___ >> ____________ 20___ г.
Протокол №__________________
Зав. кафедрой____________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Факультет: физико-математический

Экзаменационный билет № 12

1. Свойства компактных пространств (замкнутость, ограниченность в метрических пространствах,замкнутое подмножество компакта, полная ограниченность, счетная компактность.)

2. Дифференцируемость композиции функций.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ___ >> ____________20___г.
Протокол №____________________
Зав. кафедрой_____________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Факультет: физико-математический

Экзаменационный билет № 13

1. Свойства непрерывных функций на компакте (непрерывный образ компакта, существование максимума и минимума, непрерывная биекция есть гомеоморфизм, равномерная непрерывность (теорема Кантора)).

2. Производная по направлению. Градиент.

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ___ >> ____________20___г.
Протокол №____________________
Зав. кафедрой_____________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Факультет: физико-математический

Экзаменационный билет № 14

1. Неявные отображения. Теорема о неявном отображении.

2. Гильбертово пространство. Базис. Ряд Фурье.

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ____ >> ______________ 20____ г.
Протокол №____________________
Зав. кафедрой______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Факультет: физико-математический

Экзаменационный билет № 15

1. Тригонометрический ряд Фурье; сходимость в среднем, равенство Парсеваля.
2. Неявные функции одной переменной. Уравнение касательной плоскости.

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ____ >> ______________ 20____ г.
Протокол №____________________
Зав. кафедрой______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Факультет: физико-математический

Экзаменационный билет № 16

1. Суммы Фейера и ядро Фейера. Равномерная сходимость ряда Фурье.
2. Тригонометрическая система в $L_2[0, 2\pi]$.

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ___ >> ____________ 20___ г.
Протокол №________________
Зав. кафедрой____________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Факультет: физико-математический

Экзаменационный билет № 17

1. Частные производные высших порядков.
2. Необходимое условие дифференцируемости.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ___ >> ____________ 20___ г.
Протокол №________________
Зав. кафедрой____________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Факультет: физико-математический

Экзаменационный билет № 18

1. Формулы разложения в ряд Фурье для произвольного отрезка.
2. Достаточное условие дифференцируемости.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ____ >> ________________ 20____ г.
Протокол №________________________
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Факультет: физико-математический

Экзаменационный билет № 19

1. Непрерывные отображения в топологических пространствах. Эквивалентность различных определений.
2. Плотность тригонометрических полиномов в пространстве $C[-\pi, \pi]$.

Подпись экзаменатора ________________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ____ >> ________________ 20____ г.
Протокол №________________________
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Факультет: физико-математический

Экзаменационный билет № 20

1. Теорема о равенстве смешанных производных.
2. Линейность операции дифференцирования.

Подпись экзаменатора ________________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ___ >> ____________20___г.
Протокол №__________________
Зав. кафедрой____________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Факультет: физико-математический

Экзаменационный билет № 21

1. Дифференцируемые отображения, производная, дифференциал.
2. Гомеоморфизмы.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ___ >> ____________20___г.
Протокол №__________________
Зав. кафедрой____________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Факультет: физико-математический

Экзаменационный билет № 22

1. Матрица Якоби. Дифференцируемость отображения и его координат.
2. Ортогональность ее векторов, разложение функции по тригонометрической системе. Другие виды базисов: разложение по синусам и косинусом.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ____ >> ______________ 20____ г.
Протокол №______________________
Зав. кафедрой______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Факультет: физико-математический

Экзаменационный билет № 23

1. Теорема о неявной функции.
2. Ряды Фурье по синусам и ряды Фурье по косинусам на $(0, \pi)$ Ряд Фурье в комплексной форме.

Подпись экзаменатора ______________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ____ >> ______________ 20____ г.
Протокол №______________________
Зав. кафедрой______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Факультет: физико-математический

Экзаменационный билет № 24

1. Неравенство Бесселя, равенство Парсеваля.
2. Инвариантность формы дифференциала.

Подпись экзаменатора ______________________

4 СЕМЕСТР

Оценочное средство

Индивидуальное задание №1

1. Доказать, что интеграл $I(\alpha)$ сходится равномерно на множестве E

1. $I(\alpha)=\int\limits_0^{+\infty} e^{-\alpha x}\cos 2x dx,\quad E=[\alpha_0;+\infty),\quad \alpha_0>0$

2. $I(\alpha)=\int\limits_2^{+\infty} \frac{\ln^2 x\cdot\sin 3x}{(x-1)^\alpha}dx,\quad E=[\alpha_0;+\infty),\quad \alpha_0>1$

3. $I(\alpha)=\int\limits_1^{+\infty} \frac{\ln^3 x}{x^2\alpha^4}dx,\quad E=R$

4. $I(\alpha)=\int\limits_0^{+\infty} \frac{xdx}{1+(x-\alpha)^4},\quad E=(-\infty;a),\quad a>0$

5. $I(\alpha)=\int\limits_0^{1} x^{\alpha-1}\ln^3 xdx,\quad E=[\alpha_0;+\infty),\quad \alpha_0>0$

6. $I(\alpha)=\int\limits_0^{+\infty} \frac{\ln(1+x)\cdot\operatorname{arctg}\alpha x}{x^2}dx,\quad E=[-a;a],\quad a>0$

7. $I(\alpha)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos\alpha x}{4+x^2}dx,\quad E=R$

8. $I(\alpha)=\int\limits_0^{1} \frac{x^\alpha}{\sqrt[3]{(x-1)^2(2-x)}}dx,\quad E=(-\frac{1}{2};\frac{1}{2})$

9. $I(\alpha)=\int\limits_0^{1} \frac{x^\alpha\operatorname{arctg}\alpha x}{\sqrt{1-x^2}}dx,\quad E=[0;2]$

10. $I(\alpha)=\int\limits_1^{+\infty} \frac{\cos x}{x^\alpha}dx,\quad E=[a_0;+\infty),\quad \alpha_0>0$

11. $I(\alpha)=\int\limits_2^{+\infty} \frac{\cos\alpha x\cdot\ln x}{\sqrt{x}}dx,\quad E=[\alpha_0;+\infty),\quad \alpha_0>0$

12. $I(\alpha)=\int\limits_2^{+\infty} \frac{x\sin\alpha x}{(x+1)\ln^2 x}dx,\quad E=[a_0;+\infty),\quad \alpha_0>0$

13. $I(\alpha)=\int\limits_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x}e^{-\alpha x}dx,\quad E=[0;+\infty)$

14. $I(\alpha)=\int\limits_1^{+\infty} \frac{\cos x}{\sqrt[3]{x}}e^{-\alpha x}dx,\quad E=[0;+\infty)$

15. $I(\alpha)=\int\limits_2^{+\infty} \frac{a^2-x^2}{(a^2+x^2)^2}dx,\quad E=R$

16. $I(\alpha)=\int\limits_0^{+\infty} \frac{\sin(\alpha x^5)}{x}dx,\quad E=[\alpha_0;+\infty),\quad \alpha_0>0$

17. $I(\alpha)=\int\limits_0^{+\infty} \cos(\alpha x^2)dx,\quad E[1+\infty)$

18. $I(\alpha)=\int\limits_0^{+\infty} \sin(\alpha\operatorname{sh} x)dx,\quad E=[\frac{1}{2};+\infty)$

2. Используя интеграл Дирихле и формулу Фруллани, вычислить интеграл.

1. $a)\ I(\alpha)=\int\limits_0^{+\infty}\frac{1-\cos(\alpha x)}{x^2}dx;\quad b)\ \int\limits_0^{+\infty}\frac{\sin^2\alpha x}{1+x^2}dx,\ \alpha>0.$

2. a) $I(\alpha)=\int\limits_0^{+\infty}(\frac{\sin x}{x})^2dx$; b) $\int\limits_0^{+\infty}\frac{e^{-\alpha x^2}-\cos\beta x}{x^2}dx,\ \alpha>0.$

3. a) $I(\alpha)=\int\limits_0^{+\infty}\frac{\sin x^2}{x}dx$; b) $\int\limits_0^{+\infty}\frac{\sin^4\alpha x}{x^4}dx.$

4. a) $I(\alpha)=\int\limits_0^{+\infty}\frac{\sin x^3}{x}dx$; b) $\int\limits_0^{+\infty}\frac{\sin^2\alpha x}{x^2(1+x^2)}dx.$

5. a) $I(\alpha)=\int\limits_0^{+\infty}\frac{\sin x-x\cos x}{x^3}dx$; b) $\int\limits_0^{+\infty}\frac{\cos\alpha x}{(1+x^2)^2}dx.$

6. a) $I(\alpha)=\int\limits_0^{+\infty}\frac{x-\sin x}{x^3}dx$; b) $\int\limits_0^{+\infty}\frac{\cos\alpha x}{ax^2+2bx+c}dx,\ a>0,\ ac-b^2>0.$

7. a) $I(\alpha)=\int\limits_0^{+\infty}\frac{\sin^3\alpha x}{x}dx$; b) $\int\limits_0^{+\infty}\frac{\sin\alpha x\cos\beta x}{x}dx,\ \alpha>0,\ \beta>0.$

8. a) $I(\alpha)=\int\limits_0^{+\infty}\frac{\sin x\cos^2 x}{x}dx$; b) $\int\limits_0^{+\infty}e^{-\alpha x}\sin^2\beta x\frac{dx}{x},\ \alpha>0.$

9. a) $I(\alpha)=\int\limits_0^{+\infty}(\frac{\sin\alpha x}{x})^3dx$; b) $\int\limits_0^{+\infty}xe^{-\alpha x^2}\sin\beta x dx,\ \alpha>0.$

10. a) $I(\alpha)=\int\limits_0^{+\infty}\frac{\sin^5 x}{x}dx$; b) $\int\limits_0^{+\infty}x^2e^{-x^2}\cos 2\alpha x dx.$

11. a) $I(\alpha)=\int\limits_0^{+\infty}\frac{2\sin\alpha x-\sin 2\alpha x}{x^3}dx$; b) $\int\limits_0^{+\infty}e^{-\alpha x}\sin\beta x\frac{dx}{x^2},\ \alpha>0.$

12. a) $I(\alpha)=\int\limits_0^{+\infty}\frac{\sin x\cos^4 x}{x}dx$; b) $\int\limits_0^{1}\frac{\ln(1-\alpha^2x^2)}{x\sqrt{1-x^2}}dx,\ |\alpha|\le 1.$

13. a) $I(\alpha)=\int\limits_0^{+\infty}\frac{\sin^7 x}{x}dx$; b) $\int\limits_0^{1}\frac{\ln(1-\alpha^2x^2)}{x^2\sqrt{1-x^2}}dx,\ |\alpha|\le 1.$

14. a) $I(\alpha)=\int\limits_0^{+\infty}\frac{\sin x\cos^6 x}{x}dx$; b) $\int\limits_0^{1}\frac{\ln(1-\alpha^2x^2)}{\sqrt{1-x^2}}dx,\ \alpha\le 1.$

15. a) $I(\alpha)=\int\limits_0^{+\infty}\frac{\sin^4\alpha x}{x^2}dx$; b) $\int\limits_0^{+\infty}(\frac{e^{-\alpha x}-e^{-\beta x}}{x})^2dx,\ \alpha>0,\ \beta>0.$

16. a) $I(\alpha)=\int\limits_0^{+\infty}\frac{\cos\alpha x-\cos\beta x}{x^2}dx$; b) $\int\limits_1^{+\infty}\frac{\operatorname{arctg}\alpha x}{x^2\sqrt{x^2-1}}dx.$

17. a) $I(\alpha)=\int\limits_0^{+\infty}\frac{\cos\alpha x+\cos\beta x-2}{x^2}dx,\ \alpha>0,\ \beta>0$; b) $\int\limits_0^{+\infty}\frac{\operatorname{arctg}\alpha x\operatorname{arctg}\beta x}{x^2}dx,\ \alpha>0,\ \beta>0.$

18. a) $I(\alpha)=\int\limits_0^{+\infty}\frac{\sin^2 x\cos\alpha x}{x^2}dx$; b) $\int\limits_0^{+\infty}\frac{\ln(1+\alpha^2x^2)}{\beta^2+x^2}dx,\alpha>0,\ \beta>0.$

3. Используя эйлеровы интегралы, вычислить интеграл.

1. $\int\limits_0^2\frac{dx}{\sqrt[3]{x^2(2-x)}}$ 2. $\int\limits_{-1}^2\frac{dx}{\sqrt[4]{(2-x)(1+x)^3}}$ 3. $\int\limits_{-2}^2\frac{dx}{\sqrt[4]{(2+x)^3(2-x)}}$ 4. $\int\limits_0^2\frac{dx}{\sqrt[5]{x^3(2-x)^2}}$

5. $\int\limits_1^2\sqrt[5]{(2-x)^2(x-1)}dx$ 6. $\int\limits_0^3\frac{dx}{\sqrt[5]{x^3(3-x)^3}}$ 7. $\int\limits_1^2\sqrt{\frac{x-1}{2-x}}\frac{dx}{(x+3)^2}$ 8. $\int\limits_0^1\sqrt{\frac{1-x}{x}}\frac{dx}{(x+2)^2}$

9. $\int\limits_0^1\frac{x^{-2/3}dx}{(x+1)\sqrt[3]{x^2-x^3}}$ 10. $\int\limits_0^1\frac{xdx}{(2-x)\sqrt[3]{x^2(1-x)}}$ 11. $\int\limits_0^1\frac{\sqrt{x(1-x)}}{(x+1)^3}dx$ 12. $\int\limits_0^1\frac{\sqrt[4]{x(1-x)^3}}{(x+1)^3}dx$

13. $\int\limits_0^{+\infty}\frac{dx}{1+x^3}$ 14. $\int\limits_0^{+\infty}\frac{\sqrt[4]{x}}{(1+x)^2}dx$ 15. $\int\limits_0^{a}x^2\sqrt{a^2-x^2}dx$ 16. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{xe^{x/2}}{e^{2x}+1}dx$

17. $\int\limits_0^{+\infty} \frac{x^{\alpha-1}}{1+x^\beta}dx,\ 0<\alpha<\beta$ 18. $\int\limits_0^1 \frac{x^{1-\alpha}(1-x)^\alpha}{(x+1)^3},\ -1<\alpha<2$

4. Представить функцию $f(x)$ интегралом Фурье.

1. $f(x)=\begin{cases}1, & \text{если } |x|<\tau\\ 0, & \text{если } |x|>\tau\end{cases}$ 2. $f(x)=\begin{cases}1-|x|/a, & \text{если } |x|\le a\\ 0, & \text{если } |x|>a\end{cases}$

3. $f(x)=\begin{cases}\pi-x, & \text{если } |x|\le\pi\\ 0, & \text{если } |x|>\pi\end{cases}$ 4. $f(x)=\begin{cases}\cos x, & \text{если } |x|\le\pi/2\\ 0, & \text{если } |x|>\pi/2\end{cases}$

5. $f(x)=\begin{cases}\sin x, & \text{если } |x|\le 2\pi\\ 0, & \text{если } |x|>2\pi\end{cases}$ 6. $f(x)=\begin{cases}e^{-\alpha x}, & \text{если } x>0,\alpha>0\\ 0, & \text{если } x<0\end{cases}$

7. $f(x)=\begin{cases}e^{-\alpha x}, & \text{если } x>0,\alpha>0\\ 0, & \text{если } x<0\end{cases}$

8. $f(x)=\begin{cases}\sin x, & \text{если } 0<x<\pi,\alpha>0\\ 0, & \text{если } x<0 \text{ или } x>\pi\end{cases}$

9. $f(x)=\begin{cases}\sin x, & \text{если } 0\le x\le\pi\\ 0, & \text{если } x>\pi\end{cases}$ 10. $f(x)=\begin{cases}2-3x, & \text{если } 0\le x\le 2/3\\ 0, & \text{если } x>2/3\end{cases}$

11. $f(x)=\begin{cases}1, & \text{если } 0\le x\le 1\\ 0, & \text{если } x>1\end{cases}$ 12. $f(x)=\begin{cases}1, & \text{если } |x|\le 1\\ 0, & \text{если } |x|>1\end{cases}$

13. $f(x)=\begin{cases}\cos x, & \text{если } |x|\le\pi\\ 0, & \text{если } |x|>\pi\end{cases}$ 14. $f(x)=\begin{cases}x^2, & \text{если } |x|\le\pi\\ 0, & \text{если } |x|>\pi\end{cases}$

15. $f(x)=\begin{cases}\cos x, & \text{если } x\in[-\pi;0]\\ 0, & \text{если } x\in[0;\pi]\end{cases}$ 16. $f(x)=\begin{cases}x\sin x, & \text{если } |x|\le\pi\\ 0, & \text{если } |x|>\pi\end{cases}$

17. $f(x)=\begin{cases}x^2\sin x, & \text{если } |x|\le\pi\\ 0, & \text{если } |x|>\pi\end{cases}$ 18. $f(x)=\begin{cases}x^2, & \text{если } |x|\le 1\\ 0, & \text{если } |x|>1\end{cases}$

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания индивидуальной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов;	"Отлично"
- все задания индивидуальной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решено не менее 65% всех заданий индивидуальной работы; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий;	"Удовлетворительно"
- решено менее 65% заданий работы; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	Неудовлетворительно.

Оценочное средство

Индивидуальное задание №2

1. Изменить порядок интегрирования:

1. $\int\limits_0^1 dy \int\limits_0^{\arccos y} f(x,\ y)dx$

2. $\int\limits_0^{2a} dx \int\limits_{x-a}^{3a-x} f(x,\ y)dy$

3. $\int\limits_1^{e} dx \int\limits_{\ln x}^{e^x} f(x,\ y)dy$

4. $\int\limits_0^1 dy \int\limits_0^{\arcsin y} f(x,\ y)dx + \int\limits_1^2 dx \int\limits_0^{2-y} f(x,\ y)dx$

5. $\int\limits_{-2}^1 dx \int\limits_{-2}^{x} f(x,\ y)dy + \int\limits_1^3 dx \int\limits_{2x-4}^{x} f(x,\ y)dy$

6. $\int\limits_0^1 dy \int\limits_{-\sqrt{2y-y^2}}^{y} f(x,\ y)dx + \int\limits_1^2 dy \int\limits_{-\sqrt{2y-y^2}}^{\sqrt{2y-y^2}} f(x,\ y)dx$

7. $\int\limits_0^2 dy \int\limits_{y^2}^{y+2} f(x,\ y)dx$

8. $\int\limits_0^1 dy \int\limits_{-\sqrt{2-y-y^2}}^{\sqrt{2y-y^2}} f(x,\ y)dx + \int\limits_1^2 \int\limits_{-\sqrt{2-y}}^{\sqrt{2-y}} f(x,\ y)dx$

9. $\int\limits_0^a dx \int\limits_0^x f(x,\ y)dy,\ a > 0$

10. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{y+y^2} f(x,\ y)dy$

11. $\int\limits_{\pi/2}^{\pi} dx \int\limits_{\cos x}^{\sin x} f(x,\ y)dy$

12. $\int\limits_1^3 dx \int\limits_x^{2x} f(x,\ y)dy$

13. $\int\limits_{-1}^1 dx \int\limits_{x^2}^{2x^2-1} f(x,\ y)dy$

14. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} f(x,\ y)dy + \int\limits_1^4 dx \int\limits_{x-2}^{\sqrt{x}} f(x,\ y)dy$

15. $\int\limits_0^2 dx \int\limits_{\sqrt{2x-x^2}}^{2\sqrt{x}} f(x,\ y)dy$

16. $\int\limits_{-1}^1 dx \int\limits_{x^2}^{2x^2-1} f(x,\ y)dy$

17. $\int\limits_{-1}^1 dx \int\limits_{x^2}^{1+\sqrt{1-x^2}} f(x,\ y)dy$

18. $\int\limits_{-1}^{2} dx \int\limits_{x^2-1}^{3+2x-x^2} f(x,\ y)dy$

2. Переходя к полярным координатам, вычислить интеграл:

В.1 $\iint\limits_{(D)} \cos(x^2+y^2)dxdy$, где $(D): x^2+y^2 \le a^2$;

В.2 $\iint\limits_{(D)} \frac{x^2}{x^2+y^2}dxdy$, где $(D): x^2+y^2 \le ax$;

В.3 $\iint\limits_{(D)} \sqrt{x^2+y^2}dxdy$, где $(D): x^2+y^2 \le ay$;

В.4 $\iint\limits_{(D)} y^2\sqrt{R^2-x^2}dxdy$, где $(D): x^2+y^2 \le R^2$;

В.5 $\iint\limits_{(D)} \frac{x}{\sqrt{a^2-x^2-y^2}}dxdy$, где $(D): x^2+y^2 \le ax$;

В.6 $\iint\limits_{(D)} \sin\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)dxdy$, где $(D): \pi^2 \le x^2+y^2 \le 4\pi^2$;

В.7 $\iint\limits_{(D)} \frac{y}{x^2+y^2}dxdy$, где $(D): x^2-2x+y^2=0, x^2-4x+y^2=0$;

В.8 $\iint\limits_{(D)} (x+y)dxdy$, где $(D): x^2+y^2+2x=0, x \le 0, y \ge 0$;

В.9 $\iint\limits_{(D)} \frac{y}{x\sqrt{x^2+y^2}}dxdy$, где $(D): x^2+y^2+4y=0$;

В.10 $\iint\limits_{(D)} \sqrt{16-x^2-y^2}dxdy$, где $(D): x^2+y^2=4x$;

В.11 $\iint\limits_{(D)} (x^4+2x^2y^2+y^2)dxdy$, где $(D): x^2+y^2=9, y=-\sqrt{3x}, y=-\frac{x}{\sqrt{3}}, x \le 0, y \ge 0$;

В.12 $\iint\limits_{(D)} \frac{y\sqrt{x}}{x^2+y^2}dxdy$, где $(D): x^2+y^2=4x, y \le 0$;

В.13 $\iint\limits_{(D)} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy$, где $(D): x^2+y^2=2x$;

В.14 $\iint\limits_{(D)} \frac{x^4+2x^2y^2+y^4}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy$, где $(D): x^2+y^2=36, y=\sqrt{3x}, y=\frac{x}{\sqrt{3}}, x \ge 0, y \ge 0$;

В.15 $\iint\limits_{(D)} \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{xy}dxdy$, где $(D): x^2+y^2=25, x^2+y^2=16, x=y, x=0, y \ge 0$;

В.16 $\iint\limits_{(D)} \frac{2x-y}{x^2+y^2}dxdy$, где $(D): x^2+y^2=6x$;

В.17 $\iint\limits_{(D)} (x^2-4xy)dxdy$, где $(D): x^2+y^2=4, y=0, y=x, x \ge 0, y \ge 0$;

В.18 $\iint\limits_{(D)} e^{(x^2+y^2)}dxdy$, где $(D): x^2+y^2=2, x \ge 0, y \ge 0$;

В.19 $\iint\limits_{(D)} \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} dxdy$, где $(D): x^2+y^2=4x$;

В.20 $\iint\limits_{(D)} \frac{x+y}{x^2+y^2} dxdy$, где $(D): x^2+y^2-2x=0$;

В.21 $\iint\limits_{(D)} \frac{x^2-xy+y^2}{\sqrt{x^2+y^2}} dxdy$, где $(D): x^2+y^2=4, x^2+y^2=9$;

В.22 $\iint\limits_{(D)} \frac{x^4+x^2y^2}{\sqrt{x^2+y^2}} dxdy$, где $(D): x^2+y^2=4, x=y, y=\sqrt{3x}, x \geq 0, y \geq 0$;

В.23 $\iint\limits_{(D)} \sqrt{x^2+y^2-9} dxdy$, где $(D): x^2+y^2=9, x^2+y^2=25$;

В.24 $\iint\limits_{(D)} (x^2+y^2) dxdy$, где $(D): x^2+y^2=2x, x^2+y^2=9$;

В.25 $\iint\limits_{(D)} \frac{dxdy}{\sqrt{25-x^2-y^2}}$, где $(D): x^2+y^2=9, y=x, x=0, y=0$;

В.26 $\iint\limits_{(D)} \sqrt{x^2+y^2} dxdy$, где $(D): x^2+y^2-4y=0, x \leq 0$;

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

В.1 $xy=\rho, xy=q, y^2=ax, y^2=bx$, где $(0<p<q, 0<a<b)$;

В.2 $xy=\rho, xy=q, y=ax, y=bx$, где $(0<p<q, 0<a<b)$;

В.3 $y=\frac{x^5}{a^4}, y=\frac{x^5}{b^4}, x=\frac{y^5}{c^4}, x=\frac{y^5}{d^4}$, где $(x>0, y>0, 0<a<b, 0<c<d)$;

В.4 $y=\frac{x^4}{a^3}, y=\frac{x^4}{b^3}, xy=c^2, xy=d^2$, где $(x>0, y>0, 0<a<b, 0<c<d)$;

В.5 $(x+2y-1)^2+(2x+y-2)^2=9$;

В.6 $(x-2y+3)^2+(3x+4y-1)^2=100$;

В.7 $x=2y, y=3x, 3x=2-y, x=4-2y$;

В.8 $x+y=a, x+y=b, y=\alpha x, y=\beta x, (0<a<b, 0<\alpha<\beta)$;

В.9 $xy=a^2, xy=b^2, x=py, x=qy, (x>0, b>a>0, q>p)$;

В.10 $y^2=ax, y^2=bx, x=py, x=qy, (0<a<b, 0<p<q)$;

В.11 $y^2=ax, y^2=bx, x^2=py, x^2=qy, (0<p<q, 0<a<b)$;

В.12 $xy=a^2, xy=b^2, x^2=py, x^2=qy, (0<p<q, 0<a<b)$;

В.13 $x^2=ay, x^2=by, x^3=py^2, x^3=qy^2, (0<a<b, 0<p<q)$;

В.14 $(x^2+y^2)^2=2ax^3$;

В.15 $(x^2+y^2)^3=a^2(x^4+y^4)$;

В.16 $(x^2+y^2)^3=4a^2x^2y^2$;

В.17 $(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2})^2=\frac{xy}{c^2}$;

В.18 $\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\right)^2=x^2+y^2$;

В.19 $\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\right)^2=\frac{x^2}{c^2}$;

В.20 $\left(\frac{x^4}{a^4}+\frac{y^4}{b^4}\right)=\frac{x^2y}{c^3}$;

В.21 $\left(x^2+y^2\right)^2=2a^2(x^2-y^2)$;

В.22 $\left(\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}\right)^2=x^2y$;

В.23 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$;

В.24 $\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\right)^2=\frac{y^2}{c^2}$;

В.25 $(\frac{x}{a}+\frac{y}{b})^2=\frac{x}{a}-\frac{y}{b}, y=0$;

В.26 $\sqrt[4]{\frac{x}{a}}+\sqrt[4]{\frac{y}{b}}=1, x\geq 0, y\geq 0$;

4. Вычислить площадь поверхности:

В.1 $z^2=2xy, (0\leq x\leq a, 0\leq y\leq b)$;

В.2 $z=\sqrt{x^2+y^2}$, если $x^2+y^2\leq 2ax$;

В.3 $2z=x^2$, если $x\leq 2y\leq 4x, x\leq\sqrt{2}$;

В.4 $cz=xy$, если $\left(x^2+y^2\right)^2\leq 2c^2xyz, \geq 0$;

В.5 $2az=x^2+y^2$, если $\left(x^2+y^2\right)^2\leq a^2(x^2-y^2), x\geq 0$;

В.6 $2az=x^2+y^2$, если $x^2+y^2\leq a^2, y\leq x, x\geq 0, y\geq 0$;

В.7 $x^2+y^2+z^2=R^2$, если $x+y\leq R, x\geq 0, y\geq 0$;

В.8 $x^2+y^2+z^2=R^2$, если $\left(x^2+y^2\right)^2\leq R^2(y^2-x^2)$;

В.9 $z^2=x^2+a^2$, если $y^2(2x^2+a^2)\leq a^2x^2, 0\leq x\leq a$;

В.10 $y^2+z^2=2ax$, если $y^2\leq ax\leq a^2$;

В.11 $z=\sqrt{x^2+y^2}$, если $x^2+y^2\leq 2x$;

В.12 $x^2+y^2+z^2=a^2$, если $y^2\geq a(z+x)$;

В.13 $x^2+y^2=2ax$, если $z^2\leq x^2+y^2$;

В.14 $y^2+x^2=2ax$, если $0\leq az\leq x^2+y^2$;

В.15 $x^2=y^2+z^2$, если $x^2-y^2\leq a^2, |y|<b$;

В.16 $x^2=y^2+z^2$, если $x^2-y^2\leq a^2$;

В.17 $x^2=y^2+z^2$, если $x^2\leq ay$;

В.18 $x^2+z^2=2ax$, если $y^2\leq 2px$;

В.19 $x=u\cos v, y=u\sin v, z=4v$, если $z\geq 0, x^2+y^2\leq 9$;

В.20 $x^{2/3}+z^{2/3}=a^{2/3}$, если $y^{2/3}+x^{2/3}\leq a^{2/3}$;

В.21 $x^{2/3}+z^{2/3}=a^{2/3}$, если $y^2\leq 2px$;

В.22 $x^2+z^2=2ax$, если $y^2\leq 2px$;

В.23 $x^2=y^2+z^2$, если $x^2\leq ay$;

В.24 $x=(a+b\cos v)\cos u, y=(a+b\cos v)\sin u, z=b\sin v$, если $0\leq v\leq u, 0\leq u\leq \frac{\pi}{2}, a>b$;

В.25 $x=a\cos^3 u\cos\varphi, y=a\cos^3 u\sin\varphi, z=a\sin^3 u$, если $0\leq u\leq\frac{\pi}{2}, 0\leq\varphi\leq\pi\cos u$;

В.26 $x=3u+3uv^2-u^3, y=v^3-3v-3u^2v, z=3(u^2-v^2)$, если $0\leq v\leq 1, 0\leq u\leq v$;

5. Задача на приложения двойного интеграла.

В.1 Найти массу круглой пластинки радиусом R, если плотность этой пластинки в каждой точке пропорциональна расстоянию от этой точки до центра пластинки и равна ρ_0 на краю пластинки.

В.2 Плоское кольцо ограничено двумя концентрическими окружностями, радиусы которых равны соответственно 1 и 3. Зная, что плотность материала пропорциональна расстоянию от центра окружностей, найти массу кольца, если плотность на окружности внутреннего круга равна единице.

В.3 Найти массу пластинки, имеющей форму кольца, радиусы внутренней и внешней окружности которого равны соответственно r и R, если плотность пластинки в каждой точке обратно пропорциональны расстоянию от этой точки до центра кольца.

В.4 Найти массу квадратной пластинки со стороной a, если плотность материала пластинки в каждой точке пропорциональны квадрату расстояния от этой точки до одной из вершин квадрата и равна ρ_0 в центре квадрата.

В.5 Найти статический момент однородного прямоугольника плотности ρ со сторонами a и b соответственно, относительно его сторон.

В.6 Найти статический момент однородной пластинки плотности ρ, занимающей область, ограниченную одной аркой цилиндра$x=a(t-\sin t), y=a(t-\cos t)$; и отрезком прямой $y=0$ относительно оси OX.

В.7 Найти статические моменты относительно осей координат сегмента эллипса $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ограниченной прямой $bx+ay=ab, x\geq 0$;

В.8 Вычислить момент инерции однородного круга массой M и радиусом R относительно точки на его окружности.

В.9 Вычислить момент инерции однородной пластинки $x^2+y^2=R^2$ массой M относительно прямой, проходящей через центр круга и лежащей в его плоскости.

В.10 Вычислить момент инерции однородной пластины $x^2+y^2=R^2$ массой M относительно касательной к окружности этого круга.

B.11 Вычислить момент инерции однородной пластины $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ относительно большой и малых осей, если её масса равна М.

B.12 Вычислить момент инерции однородной пластины $y=\sin x, 0\le x\le \pi, y=0$ массой М относительно прямой $y=1$;

B.13 Вычислить момент инерции однородной пластины,ограниченной линиями $ay=x^2, x+y=2a$ массой М относительно каждой из осей координат.

B.14 Вычислить момент инерции однородной пластины,ограниченной линиями $x^=2py, y^2=2px$ массой М относительно каждой из осей координат.

B.15 Вычислить момент инерции однородной пластины $r=a(1+\cos\varphi)$ массой М относительно полярной оси.

B.16 Вычислить момент инерции однородной пластинки $r^2=a^2\cos 2\varphi$ массой М относительно полярной оси.

B.17 Вычислить момент инерции однородной пластинки $xy=4, xy=8, x=2y, x=y(y>0)$ массой М относительно оси OY.

B.18 Найти момент инерции относительно начала координат однородной пластины плотностью ρ занимающей область ограниченную линиями $x^2+y^2=9, x+y=0, x-y=0(x\ge 0)$;

B.19 Найти координаты центра тяжести однородной пластинки, занимающей область, ограниченную линиями $y=x, y=-x, x=1$,если плотность пластинки в каждой её точке численно равна расстоянию от этой точки до начала координат.

Найти координаты центра масс однородной пластинки плотности ρ, ограниченной линиями:

B.20 $y=x^2, y=3x^2, y=3x$;

B.21 $y=2x-1, y^2=x, y=0$;

B.22 $y=4-x^2, y+2x=4$;

B.23 $y=\sqrt{2x-x^2}, y=0$;

B.24 $y=4x+4, y^2=4-2x$;

B.25 $(\frac{x}{a})^2+(\frac{y}{b})^2=1, x\ge 0, y\ge 0$;

B.26 $r=9\cos\varphi, r=4\cos\varphi$;

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания индивидуальной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов;	"Отлично"
- все задания индивидуальной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решено не менее 65% всех заданий индивидуальной работы; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий;	"Удовлетворительно"
- решено менее 65% заданий работы; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	Неудовлетворительно.

Оценочное средство

Индивидуальное задание №3

Задание №1

Записать тройной интеграл $\iiint\limits_{(V)} f(x,y,z)dxdydz$ в виде повторного, если область (V) имеет вид:

В.1 $V = \{(x,y,z) : x^2+y^2+z^2 \le 4az, x^2+y^2 \le 3z^2\}$;

В.2 $V = \{(x,y,z) : x^2+y^2+z^2 \le r^2, z \ge \frac{r}{3}\}$;

В.3 $V = \{(x,y,z) : x^2+y^2 \le r^2, 0 \le z \le H; (H \ge R)\}$;

В.4 $V = \{(x,y,z) : \frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4} \le 1, x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0\}$;

В.5 $V = \{(x,y,z) : x^2+y^2 \le z, 0 \le z \le H\}$;

В.6 $V = \{(x,y,z) : 0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1, 0 \le z \le 1\}$;

В.7 $V = \{(x,y,z) : (x-r)^2+y^2+z^2 \le r^2, x^2+(y-r)^2+z^2 \le r^2\}$;

В.8 $V = \{(x,y,z) : x^2+y^2 \le 2ax, x^2+y^2 \le a^2-az, z \ge 0\}$;

В.9 $V = \{(x,y,z) : 4x^2+3y^2+z^2 \le 48, 0 \le 2z \le 4x^2+3y^2\}$;

В.10 $V = \{(x,y,z) : x^2+y^2+z^2 \le r^2, x^2+y^2+z^2 \le 2rz\}$;

В.11 $V = \{(x,y,z) : x^2+y^2+z^2 \le 2yR, x^2+y^2 \le z^2\}$;

В.12 $V = \{(x,y,z) : x^2+y^2+z^2 \le 2yR, x^2+y^2 \ge z^2\}$;

В.13 $V = \{(x,y,z) : x^2+y^2+z^2 \le 8z-8, 3(x^2+y^2) \le z^2\}$;

В.14 $V = \{(x,y,z) : 0 \le z \le 4-x^2, x^2+y^2 \le 1, x \ge 0\}$;

В.15 $V = \{(x,y,z) : 0 \le z \le 4-x, y^2 \le 2x+2\}$;

В.16 $V = \{(x,y,z) : x+y+z \le 2, 0 \le 4z \le 4-x^2-y^2, x \ge 0, y \ge 0\}$;

В.17 $V = \{(x,y,z) : 0 \le z \le 4-x^2-y^2, |x+y| \le 2\}$;

В.18 $V = \{(x,y,z) : x^2 \ge y^2+z^2, 5x \le 4+y^2+z^2\}$;

В.19 $V = \{(x,y,z) : (x^2+y^2)^2 = a^2(x^2-y^2), 0 \le az \le 4(x^2+y^2), x \ge 0\}$;

В.20 $V = \{(x,y,z) : 0 \le z \le 4xy, x+4y+z \le 1\}$;

В.21 $V = \{(x,y,z) : 0 \le z \le 3-\sqrt{x^2+2y^2}, x \le y\}$;

В.22 $V = \{(x,y,z) : y^2 \le z \le 4, x^2+y^2 \le 16\}$;

В.23 $V = \{(x,y,z) : 0 \le z \le x^2-y^2, x \ge 0, y \ge 2x-1\}$;

В.24 $V = \{(x,y,z) : a^2 \le x^2+y^2 \le b^2, x^2-y^2-x^2 \ge 0, x \ge 0\}$;

В.25 $V = \{(x,y,z) : x^2+y^2 \ge 3z^2, x^2+y^2-z^2 \le 2\}$;

В.26 $V = \{(x,y,z) : 3x^2-y^2+3z^2 \le 0, x^2+y^2+z^2 \le 2ay\}$.

Задание №2
Вычислить объем тела V, если:

В.1 $V = \{(x, y, z) : x^2 + 2y^2 - z^2 \le a^2, x^2 + 2y^2 \ge 4z^2\}$;

В.2 $V = \{(x, y, z) : 2(x^2 + 2y^2) \le 2az \le 3a\sqrt{a^2 - x^2 - 2y^2}\}$;

В.3 $V = \{(x, y, z) : x^2 + 4y^2 \le z^2, a^2 \le x^2 + 4y^2 + z^2 \le 9a^2\}$;

В.4 $V = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \le R^2, x^2 + y^2 + z^2 \le 2Rz\}$;

В.5 $V = \{(\rho, \varphi, \psi) : \rho = a \sin\varphi(1 + \cos\psi), a > 0\}$;

В.6 $V = \{(\rho, \varphi, \psi) : \rho = a \sin\varphi \sqrt[3]{\cos}\psi, a > 0\}$;

В.7 $V = \{(x, y, z) : (x^2 + y^2)^2 = 2xy, z = x + y, z = 0, x > 0\}$;

В.8 $V = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = x, x^2 + y^2 = 2x, z = x^2 + y^2, z = 0\}$;

В.9 $V = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = z^2, x^2 + y^2 + a^2 = 2z^2, a > 0, z > 0\}$;

В.10 $V = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = a^2, (x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2), a > 0, |x| > |y|\}$;

В.11 $V = \{(x, y, z) : z = x^2 + y^2, x^4 + y^4 = a^2(x^2 + y^2), z = 0\}$;

В.12 $V = \{(x, y, z) : (\frac{x}{a})^2 + (\frac{y}{b})^2 = 1, (\frac{x}{a})^2 + (\frac{y}{b})^2 = 2z, z = 0\}$;

В.13 $V = \{(x, y, z) : (\frac{x}{a})^2 + (\frac{y}{b})^2 = 1, cz = xy, z = 0, x \ge 0, y \ge 0\}$;

В.14 $V = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 4, z \le \sqrt{x^2 + y^2}\}$;

В.15 $V = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 2az, z \ge \sqrt{x^2 + y^2}\}$;

В.16 $V = \{(x, y, z) : z = 1 + x + y, z = 0, x + y = 1, x = 0, y = 0\}$;

В.17 $V = \{(x, y, z) : x + y + z = a, x^2 + y^2 = R^2, x = 0, y = 0, z = 0, a \ge R\sqrt{2}\}$;

В.18 $V = \{(x, y, z) : z = x^2 + y^2, y = x^2, y = 1, z = 0\}$;

В.19 $V = \{(x, y, z) : z = x^2 + y^2, z = 2x^2 + 2y^2, y = x, y = x^2\}$;

В.20 $V = \{(x, y, z) : z = x + y, z = xy, x + y = 1, x = 0, y = 0\}$;

В.21 $V = \{(x, y, z) : x^2 + z^2 = a^2, x + y = \pm a, x - y = \pm a\}$;

В.22 $V = \{(x, y, z) : az = x^2 + y^2, z = \sqrt{x^2 + y^2}, (a > 0)\}$;

В.23 $V = \{(x, y, z) : az = a^2 - x^2 - y^2, z = a - x - y, x = 0, y = 0, z = 0, a > 0\}$;

В.24 $V = \{(x, y, z) : z = 6 - x^2 - y^2, z = \sqrt{x^2 + y^2}\}$;

В.25 $V = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 2az, x^2 + y^2 \le z^2\}$;

В.26 $V = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = 4x, z = x, z = 2x\}$.

Задание №3

В.1 Найти массу тела $V = \{(x, y, z) : z = x^2 + y^2, z^2 + x^2 + y^2 = 6, z \ge 0\}$, если его плотность $\rho(x, y, z) = z$.

В.2 Найти массу тела $V = \{(x,y,z) : z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}, z = 3\}$, если его плотность $\rho(x,y,z) = x^2$.

В.3 Найти массу тела $V = \{(x,y,z) : z = x^2 + y^2, z = 2y\}$, если его плотность $\rho(x,y,z) = y$.

В.4 Определить массу шара радиусом $R = 3$, плотность которого пропорциональна
расстоянию от центра шара, причем на расстоянии единицы от центра, плотность равна двум.

В.5 Определить массу пирамиды, образованной плоскостями $z + y + z = a, x = 0, y = 0, z = 0$, если плотность в каждой её точке пропорциональна аппликате этой точки.

В.6 Определить массу тела, ограниченного поверхностями $z = h$ и $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, если плотность в каждой точке пропорциональна аппликате этой точки.

В.7 Определить массу сферического слоя между поверхностями $x^2+y^2+z^2 = a^2$ и $x^2+y^2+z^2 = 4a^2$, если плотность в каждой её точке обратно пропорциональна расстоянию точки от начала координат.

В.8 Найти массу куба со стороной а, если плотность его в каждой точке равна квадрату расстояния этой точки до фиксированной вершины куба.

В.9 Найти момент инерции однородного шара массой M и радиусом R относительно точки на его сфере.

В.10 Вычислить момент инерции однородного тела

$$V = \left\{(x,y,z) : \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1, x = 0, y = 0, z = 0, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\right\},$$

плотности ρ относительно оси OZ.

В.11 Определить момент инерции однородного тела $V = \{(x,y,z) : z = x^2 + y^2, x + y = \pm 1, z = 0\}$ относительно оси OZ.

В.12 Определить момент инерции однородного тела $V = \{(x,y,z) : x^2 + y^2 + z^2 = 2, x^2 + y^2 = z^2, (z > 0)\}$ относительно оси OZ.

В.13 Найти момент инерции неоднородного шара $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$, массы M относительно его диаметра, если плотность шара в текущей точке $\rho(x,y,z)$ пропорциональна
расстоянию этой точки от центра шара.

В.14 Найти координаты центра тяжести однородного тела $V = \left\{(x,y,z) : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{z^2}{c^2}, z = c\right\}$.

В.15 Найти координаты центра тяжести однородного тела

$$V = \{(x,y,z) : z = x^2 + y^2, x + y = a, x = 0, y = 0, z = 0\}.$$

В.16 Найти координаты центра тяжести однородного тела

$$V = \left\{(x,y,z) : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\right\}.$$

B.17 Найти координаты центра тяжести однородного тела

$$V = \{(x, y, z) : x^2 + z^2 = a^2, y^2 + z^2 = a^2, (z \geq 0)\}.$$

B.18 Найти координаты центра тяжести однородного тела

$$V = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = 2z, x + y = z\}.$$

B.19 Найти координаты центра тяжести однородного тела

$$V = \{(x, y, z) : z = x^2 + y^2, z = \frac{x^2 + y^2}{2}, x + y = \pm 1, x - y = \pm 1.\}$$

B.20 Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного поверхностями $z = 0$, $x^2 + y^2 = 2x$, $z = x^2 + y^2$.

B.21 Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного поверхностями $az = a^2 - x^2 - y^2$, $z = 0$.

B.22 Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного поверхностями $x + y = 1$, $z = x^2 + y^2$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$

B.23 Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного поверхностями $z^2 + x^2 + y^2 = R^2$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.

B.24 Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 3z^2$, $z = H$.

B.25 Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного поверхностями $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

B.26 Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного поверхностями $x + y + z = 2a$, $x = a$, $y = a$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания индивидуальной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов;	"Отлично"
- все задания индивидуальной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решено не менее 65% всех заданий индивидуальной работы; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий;	"Удовлетворительно"
- решено менее 65% заданий работы; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	Неудовлетворительно.

Оценочное средство

Индивидуальное задание №4

Задание №1

Вычислить криволинейный интеграл по указанной кривой L:

В.1 $\int\limits_{(L)} \frac{ds}{x-y}, L-$ отрезок AB, где $A=(0;-2), B=(-4,0)$;

В.2 $\int\limits_{(L)} yds, L=\{(x,y): y=\sin x, 0\leq x\leq\pi\}$;

В.3 $\int\limits_{(L)} (x^2+y)ds, L-$ отрезок AB, где $A(0,1), B(-2,3)$;

В.4 $\int\limits_{(L)} xyds, L-$ контур квадрата, ограниченного линиями $x\pm y=1, x\pm y=-1$;

В.5 $\int\limits_{(L)} xyds, L-$ четверть окружности $x^2+y^2=1$, лежащая в первом квадранте.

В.6 $\int\limits_{(L)} (x+y)ds, L=\left\{(x,y): x=a\cos t, y=a\sin t, 0\leq t\leq\frac{\pi}{2}\right\}$;

В.7 $\int\limits_{(L)} (4x^2-y^2)ds, L=\{(x,y): x=a(\cos)^3 t, y=a(\sin)^3 t\}$;

В.8 $\int\limits_{(L)} (x^2+y^2)^n ds, L=\{(x,y): x=a\cos t, y=a\sin t\}$;

В.9 $\int\limits_{(L)} xyds$, где $L=\{(x,y): x=t-\sin t, y=1-\cos t, t\varepsilon[0,2\pi]\}$;

В.10 $\int\limits_{(L)} \frac{ds}{x^2+y^2}, L=\{(x,y): x=\cos t+t\sin t, y=\sin t-t\cos t, 0\leq t\leq 2\pi\}$;

В.11 $\int\limits_{(L)} xds, L-$ верхняя половина кривой $r=1+\cos\varphi(0\leq\varphi\leq\pi)$;

В.12 $\int\limits_{(L)} (x+4y)ds, L-$ правая петля кривой $r^2=\cos 2\varphi(x\geq 0)$;

В.13 $\int\limits_{(L)} |y|ds, L-$ кривая $r=a(2+\cos\varphi)$;

В.14 $\int\limits_{(L)} (x^2+y^2+z^2)ds, L=\{(x,y,z): x=\cos t, y=\sin t, z=t\leq[0,2\pi]\}$;

В.15 $\int\limits_{(L)} \frac{z^2ds}{x^2+y^2}, L=\{(x,y,z): x=a\cos t, y=a\sin t, z=at, t\varepsilon[0,2\pi]\}$;

В.16 $\int\limits_{(L)} (x^2+y^2+z^2)ds, L=\left\{(x,y,z): \begin{array}{c} x=a(t-\sin t)\\ y=a(1-\cos t)\\ z=4a\sin\frac{t}{2}\end{array}\right\}$ от точки $A(0,0,0)$ до $B(2a\pi,0,0)$;

В.17 $\int\limits_{(L)} y^2ds, L=\{(x,y,z): x^2+y^2=z^2=a^2, x+y+z=a\}$;

B.18 $\int\limits_{(L)} \frac{ds}{x+y}, L-$ отрезок прямой $y = x + 2$, соединяющий точки $(2, 4)$ и $(1, 3)$;

B.19 $\int\limits_{(L)} \frac{ds}{x-y}, (L)-$ отрезок прямой $y = \frac{x}{2} - 2$, соединяющий точки (0-2) и (4,0);

B.20 $\int\limits_{(L)} x^2 ds$, где $L-$ верхняя половина окружности$x^2 + y^2 = a^2$;

B.21 $\int\limits_{(L)} xyds, L-$ прямоугольник, ограниченный прямыми $x = 0, x = 4, y = 0, y = 2$;

B.22 $\int\limits_{(L)} \sqrt{x^2 + y^2} ds, L-$ окружность $x^2 + y^2 = ax$;

B.23 $\int\limits_{(L)} y^3 ds, L-$ арка циклоиды $\{x = a(t - \sin t), y = a(t - \cos t)\}\ 0 \leq t \leq 2\pi$;

B.24 $\int\limits_{(L)} \frac{ds}{\sqrt{x^2+y^2+4}}, L-$ отрезок прямой, соединяющий точки (0,0) и (1,2);

B.25 $\int\limits_{(L)} \frac{ds}{\sqrt{x^2+y^2}}, L-$ отрезок прямой $y = \frac{x}{2} - 2$, соединяющий точки (0,-2) и (4,0);

B.26 $\int\limits_{(L)} xds$, где $L-$ отрезок прямой, соединяющий точки (0,0) и (1,2).

Задание №2
Вычислить интеграл:

B.1 $\int\limits_{(L)} (x^2 + y)dx + (y^2 + z)dy + (z^2 + x)dz$, где (L)- эллипс $x^2 + y^2 = 4, x + z = 2$, положительно ориентированный на верхней стороне плоскости.

B.2 $\int\limits_{(L)} (xy + z))dx + (yz + x)dy + (xz + y)dz$, где (L)- окружность $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, x+y+z = 0$, положительно ориентированная на верхней стороне плоскости.

B.3 $\int\limits_{(L)} (z^2-y^2)dx+(x^2-z^2)dy+(y^2-x^2+x)dz$, где (L)- эллипс $x^2+y^2 = 8x, x+y+z = 0$, положительно ориентированный на верхней стороне плоскости.

B.4 $\int\limits_{(L)} 2xydx + z^2dy + x^2dz$, где (L)- эллипс $2x^2 + 2y^2 = z^2, x + z = a$, положительно ориентированный на верхней стороне плоскости.

B.5 $\int\limits_{(L)} (y^2+z^2)dx+(x^2+z^2)dy+(y^2+x^2)dz$, где (L)- верхняя петля кривой $x^2+y^2 = 2x, x^2 + y^2 + z^2 = 4z$, положительно ориентированная на внешней стороне верхней полусферы.

B.6 $\int\limits_{(L)} (z - x^2 - y)dx + (x + y + z)dy + (y + 2x + z^3)dz$, где (L)- кривая $y^2 + z^2 = x^2, x \geq 0, x^2 + y^2 + z^2 = 2az$, положительно ориентированная на внешней стороне правой полусферы $(x \geq 0)$

B.7 $\int\limits_{(L)} z^2dx + x^2dy + y^2dz$, где (L)- кривая $x^2 + y^2 = 2ax, z = \sqrt{\frac{x^2+y^2}{3}}$, положительно ориентированная на внешней стороне конуса.

В.8 $\int\limits_{(L)} z^2xdx + (z+x+y)dy + y^2zdz$, где (L)- кривая $x^2+y^2 = ax, x^2 = y^2+z^2$, положительно ориентированная на внешней стороне цилиндра.

В.9 $\int\limits_{(L)} xyzdx + y^2zdy + zx^2dz$, где (L)- кривая $x^2+z^2 = a^2, y^2+z^2 = a^2, x \geq 0$, положительно ориентированная на внешней стороне первого цилиндра.

В.10 $\int\limits_{(L)} (xy+z)dx+(yz+x)dy+y\sqrt{a^2-x^2}dz$, где (L)- кривая $x^2+y^2+z^2 = 2ax, x^2+y^2 = a^2$,положительно ориентированная на внутренней стороне цилиндра.

В.11 $\int\limits_{(-1,-2)}^{(1,0)} (2x-y)dx + (3y-x))dy$;

В.12 $\int\limits_{(0,1)}^{(1,0)} (3x^2-2xy+y^2)dx - (x^2-2xy)dy$;

В.13 $\int\limits_{(1,1)}^{(2,3)} 2x(y^2-2)dx + 2y(x^2+1)dy$;

В.14 $\int\limits_{(0,0)}^{(1,1)} x(1+6y^2)dx + y(1+6x^2)dy$;

В.15 $\int\limits_{(1,1,1)}^{(2,3,4)} (2xy+y^2+yz^2)dx + (x^2+2xy+xz^2)dy + 2xyzdz$;

В.16 $\int\limits_{(-1,1,-1)}^{(1,1,2)} x(y^2+z^2)dx + y(x^2+z^2)dy + z(x^2+y^2)dz$;

В.17 $\int\limits_{(1,1,1)}^{(2,2,2)} yzx^{yz-1}dx + zx^{yz}\ln dy + yx^{yz}\ln xdz$;

В.18 $\int\limits_{(L)} (x^2-y^2)dx + 2xydy$, где (L)-контур треугольника с вершинами А (1,1), В(3,1),С(3,3) с положительным направлением обхода.

В.19 $\int\limits_{(L)} (x^2+2xy)dy$, где (L)- верхняя половина эллипса $(\frac{x}{a})^2+(\frac{z}{b})^2 = 1$, пробегаемая против часовой стрелки.

В.20 $\int\limits_{(L)} \frac{x^2dy-y^2dx}{x^{\frac{5}{3}}+y^{\frac{5}{3}}}$, где(L)- часть астроиды $x = a\cos^3 t, y = a\sin^3 t$ от точки $A(a,o)$ до точки $B(o,a.)$;

В.21 $\int\limits_{(L)} \frac{xdx}{y} + \frac{2y}{y-a}$, где (L)- отрезок циклоиды $x = a(t-\sin t), y = a(t-\cos t)$ от точки $t = \frac{\pi}{6}$ до точки $t = \frac{\pi}{3}$;

В.22 $\int\limits_{(L)} \frac{xdy-ydx}{Ax^2+2Bxy+Cy^2}$, $(A, C$ и $AC-B^2 > 0)$, где (L)- окружность $x^2+y^2 = r^2$;

B.23 $\int\limits_{(L)} y^2dx - x^2dy$, где (L)- окружность радиуса 1 с центром в начале координат;

B.24 $\int\limits_{(L)} y^2dx - x^2dy$, где $L : (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$;

B.25 $\int\limits_{(L)} (x^2 - y^2)dx$, где (L)- отрезок параболы $y = x^2$ от точки с абсциссой $x = 0$ до точки с абсциссой $x = 2$;

B.26 $\int\limits_{(L)} (x^2 - y^2)dy$, где (L)- отрезок параболы $y = x^2$ от точки $(0, 0)$ до точки $(2, 4)$.

Задание №3

B.1 Найти площадь эллипса с полуосями a и b.

B.2 Найти площадь астроиды $x = a\cos t, y = a\sin t, (a \leq t \leq 2\pi)$.

B.3 Найти площадь петли декартова листа $x^3 + y^3 = 3axy$.

B.4 Найти массу участка кривой $x^2 + y^2 = R^2$, расположенной в верхней полуплоскости, если плотность в каждой её точке пропорциональна кубу ординаты этой точки.

B.5 Найти массу контура треугольника с вершинами A=(0,0), B=(3,0),C=(0,4), если его плотность в точке M(x,y) равна $\frac{x}{3} + \frac{y}{4}$;

B.6 Найти массу участка цепной линии $y = \frac{a}{2}(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}})$, между точками $x = 0, x = a$, если плотность ρ в каждой точке равна $\frac{k}{y}$;

B.7 Найти массу дуги винтовой линии $x = a\cos t, y = b\sin t, z = bt, 0 \leq t \leq 2\pi$, если плотность в каждой её точке равна квадрату аппликаты.

B.8 Найти статический момент однородной полуокружности $x^2 + y^2 = R^2, y \geq 0$, плотности ρ относительно оси Ox.

B.9 Вычислить массу цепной линии $y = \frac{a}{2}(e^{\frac{x}{a}} + e^{\frac{y}{a}})$, если её линейная плотность $\rho(x, y) = \frac{1}{y^2}$;

B.10 Вычислить длину дуги кривой $\rho = a\sin^3 \frac{4}{3}$.

B.11 Вычислить длину дуги кривой $y = 1 - \ln\cos x (0 \leq x \leq \frac{\pi}{4})$.

B.12 Вычислить координаты центра тяжести кривой $x = a(t - \sin t), y = a(t - \cos t), (0 \leq t \leq \pi)$.

B.13 Вычислить координаты центра тяжести кривой $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}, (0 \leq x \leq a)$.

B.14 Найти центр тяжести дуги астроиды $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$, расположенной над осью Ox.

B.15 Вычислить площадь фигуры, ограниченной астроидой $x = a\cos^3 t, y = a\sin^3 t, (0 \leq t \leq 2\pi)$.

B.16 В каждой точке силового поля сила имеет направление отрицательной полуоси ординат и равна квадрату абсциссы точки приложения. Найти работу поля при перемещении единичной массы по параболе $1-x=y^2$ от точки (1,0) до точки (0,1).

B.17 Силовое поле образовано силой $\overrightarrow{F}$, равной расстоянию точки и приложения от начала координат и направленной в начало координат. Найти работу силы поля, затраченную на перемещение материальной точки единичной массы по дуге параболы $y^2 = 8x$ от точки (2,4) до точки $(4, 4\sqrt{2})$.

B.18 Поле образовано силой, имеющей постоянную величину F и направление положительной полуоси Ox. Найти работу поля, затраченную на передвижение материальной точки единичной массы по ходу часовой стрелки вдоль четверти окружности $x^2 + y^2 = R^2$, лежащей в первом квадранте.

B.19 В каждой точке плоскости действует сила F_1 проекции которой на координатные оси равны $F_x = x, y, F_y = x+y$. Вычислить работу силы при перемещении точки с массой, равной единице, из начала координат в точку (1,1) по прямой $y = x$.

B.20 Найти работу упругой силы, направленной к началу координат, величина которой пропорциональна удалению точки от начала координат, если точка приложения силы описывает против хода часовой стрелки кривую $\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{z}{b}\right)^2 = 1$ лежащую в первом квадранте.

B.21 Найти длину дуги кривой $x = 3t, y = 3t^2, z = 2t^3$ от O(0,0,0) до A(3,3,2).

B.22 Найти длину дуги кривой $x = e^{-t}\cos t, y = e^{-t}\sin t, z = e^{-t}$ при $0 < t < \infty$.

B.23 Найти момент инерции однородной окружности $x^2 + y^2 = a^2$ относительно её диаметра.

B.24 Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $x = a\cos t, y = b\sin t(0 \leq t \leq 2\pi)$.

B.25 Найти массу полуокружности $x^2 + y^2 = R^2$, расположенной в нижней полуплоскости, если плотность в каждой её точке пропорциональна кубу ординаты этой точки.

B.26 Найти координаты центра масс дуги $x = a(t - \sin t), y = a(t - \cos t), z = 4a\sin\frac{t}{2}, 0 \leq t \leq 2\pi$, если её плотность в каждой точке пропорциональна аппликате.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания индивидуальной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов;	"Отлично"
- все задания индивидуальной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решено не менее 65% всех заданий индивидуальной работы; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий;	"Удовлетворительно"
- решено менее 65% заданий работы; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	Неудовлетворительно.

Оценочное средство

Индивидуальное задание №5

Задание №1
Вычислить интеграл

B.1 $\iint\limits_{(S)} zds$, где S - часть поверхности $x^2 + z^2 = 2az(a > 0)$, вырезанная поверхностью $z = \sqrt{x^2 + y^2}$;

B.2 $\iint\limits_{(S)} (x + y + z)ds$, где S - поверхность $x^2 + y^2 + z^2 = a^2(z \geq 0)$;

B.3 $\iint\limits_{(S)} (x^2 + y^2)ds$, где S - граница тела $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1$;

B.4 $\iint\limits_{(S)} (xy + yz + zx)ds$, где S - часть конической поверхности $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, вырезанная поверхностью $x^2 + y^2 = 2ax$;

B.5 $\iint\limits_{(S)} \frac{ds}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$, где S - часть цилиндрической поверхности $x = r\cos u, y = r\sin u, z = v, (0 \leq u \leq 2\pi, 0 \leq v \leq H)$;

B.6 $\iint\limits_{(S)} z^2ds$, где S - полная поверхность конуса $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2$;

B.7 $\iint\limits_{(S)} zds$, где S - поверхность $x = u\cos v, y = u\sin v, z = v, (u \in [0, 1], v \in [0, 2\pi]$;

B.8 $\iint\limits_{(S)} z^2ds$, где S - часть конической поверхности $x = u\cos v\sin\varphi, y = u\sin v\sin\varphi, z = u\cos\varphi, \varphi = const, \varphi \in (0, \frac{\pi}{2}$, выделяемая условиями $u \in [0, 1], v \in [0, 2\pi]$;

B.9 $\iint\limits_{(S)} \frac{ds}{\sqrt{\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2}{b^4}+\frac{z^2}{c^4}}}$, где S - эллипсоид $\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{z}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 = 1$;

B.10 $\iint\limits_{(S)} \sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}}ds$, где S - эллипсоид $\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{z}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 = 1$;

B.11 $\iint\limits_{(S)} (x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2)ds$, где S - часть конической поверхности $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, расположенная внутри цилиндра $x^2 + y^2 = 2x$;

B.12 $\iint\limits_{(S)} (xy + yz + zx)ds$, где S - часть конической поверхности $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, расположенная внутри цилиндра $x^2 + y^2 = 2x$;

B.13 $\iint\limits_{(S)} (x^2+y^2)ds$, где S - часть конической поверхности $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, выделяемая условием $z \leq 1$;

B.14 $\iint\limits_{(S)} \sqrt{x^2 + y^2}ds$, где S - определена в задаче № 13.

В.15 $\iint\limits_{(S)} xyzds$, где S - часть параболоида $z = x^2 + y^2$, выделяемая условием $z \leq 1$;

В.16 $\iint\limits_{(S)} (x^2 + y^2 + z^2)ds$, где S - сфера $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$;

В.17 $\iint\limits_{(S)} (x^2 + y^2 + z^2)ds$, где S - поверхность куба $|x| \leq a, |y| \leq a, |z| \leq a$;

В.18 $\iint\limits_{(S)} (x^2+y^2+z^2)ds$, где S - полная поверхность цилиндра $x^2+y^2 \leq r^2, 0 \leq z \leq H$;

В.19 $\iint\limits_{(S)} (x^2 + y^2)ds$, где S - сфера $x^2 + y^2 + x^2 = R^2$;

В.20 $\iint\limits_{(S)} (x^2 + y^2)ds$, где S - поверхность конуса $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1$;

В.21 $\iint\limits_{(S)} (x+y+z)ds$, где S - часть плоскости $x+2y+4z = 4$, выделяемая условиями $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$;

В.22 $\iint\limits_{(S)} (x + y + z)ds$, где S - часть сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, выделяемая условием $z \geq 0$;

В.23 $\iint\limits_{(S)} (x^2 + y^2 + z - \frac{1}{2})ds$, где S - часть параболоида $2z = 2 - x^2 - y^2, z \geq 0$;

В.24 $\iint\limits_{(S)} (x^2 + y^2 + z)ds$, где S - верхняя полусфера $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, z \geq 0$;

В.25 $\iint\limits_{(S)} (3x^2 + 5y^2 + 3z^2 - 2)ds$, где S - часть конуса $y = \sqrt{x^2 + z^2}$ лежащая между плоскостями $y = 0, y = b$;

В.26 $\iint\limits_{(S)} (xy + yz + xz)ds$, где S - часть конуса $x^2 + y^2 = z^2, z \geq 0$, лежащая внутри цилиндра $x^2 + y^2 = 2ax$.

Задание №2

Вычислить интеграл

В.1 $\iint\limits_{(S)} (x^2 + y^2)dxdy$, где S - нижняя сторона круга $x^2 + y^2 \leq 4, z = 0$;

В.2 $\iint\limits_{(S)} (2z - x)dydz + (x + 2z)dzdx + 3zdxdy$, где S - верхняя сторона треугольника $x + 4y + 2 = 4, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$;

В.3 $\iint\limits_{(S)} xzdxdy$, где S - внутренняя сторона поверхности тетраэдра $x + y + z \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$;

В.4 $\iint\limits_{(S)} yzdydx + xzdxdz + xydxdy$, где S - определено в задании № 3;

В.5 $\iint\limits_{(S)} ydzdx$, где S - внешняя сторона сферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$;

В.6 $\iint\limits_{(S)} x^2dydz$, где S - определена в задаче № 5;

В.7 $\iint\limits_{(S)} (x^5+z)dydz$, где S - внутренняя сторона полусферы $x^2+y^2+z^2=R^2, z\leq 0$;

В.8 $\iint\limits_{(S)} x^2y^2zdxdy$, где S - определена в задаче № 7;

В.9 $\iint\limits_{(S)} x^dydz+z^2dxdy$, где S - внешняя сторона части сферы $x^2+y^2+z^2=R^2, x\leq 0, y\geq 0$;

В.10 $\iint\limits_{(S)} x^2dydz+y^2dzdx+z^2dxdy$, где S - внешняя сторона сферы $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$;

В.11 $\iint\limits_{(S)} z^2dxdy$, где S - внутренняя сторона полусферы $(x-a)^2+(y-b)^2+z^2=R^2, z\geq 0$;

В.12 $\iint\limits_{(S)} (x-1)^3dydz$, где S - внешняя сторона полусферы $x^2+y^2+z^2=2x, z\leq 0$;

В.13 $\iint\limits_{(S)} dzdx$, где S - внешняя сторона эллипсоида $\left(\frac{x}{a}\right)^2+\left(\frac{z}{b}\right)^2+\left(\frac{z}{c}\right)^2=1$;

В.14 $\iint\limits_{(S)} yzdxdz$, где S - внешняя сторона части эллипсоида $\left(\frac{x}{a}\right)^2+\left(\frac{z}{b}\right)^2+\left(\frac{z}{c}\right)^2=1, z\geq 0$;

В.15 $\iint\limits_{(S)} (2x^2+y^2+z^2)dydz$, где S - внешняя сторона боковой поверхности конуса $\sqrt{y^2+z^2}\leq x\leq H$;

В.16 $\iint\limits_{(S)} yz^2dxdz$, где S - внутренняя сторона части цилиндрической поверхности $x^2+y^2=z^2, y\leq 0, 0\leq z\leq r$;

В.17 $\iint\limits_{(S)} yzdxdy+xzdydz+xydxdz$, где S - внешняя сторона части цилиндра $x^2+y^2=z^2, x\leq 0, y\geq 0, 0\leq z\leq H$;

В.18 $\iint\limits_{(S)} x^6dydz+y^4dxdz+z^2dxdy$, где S - нижняя сторона части эллиптического параболлоида $z=x^2+y^2, z\leq 1$;

В.19 $\iint\limits_{(S)} (1+2x)dydz+(2x+3y)dxdz+(3y+4z)2xdy$, где S - внешняя сторона поверхности $\frac{x}{a}+\frac{z}{b}+\frac{z}{c}\leq 1, x\geq 0, y\geq 0, z\geq 0$;

В.20 $\iint\limits_{(S)} zdxdy+(5x+y)dydz$, где S - внешняя сторона полной поверхности конуса $x^2+y^2\leq z^2, 0\leq z\leq 4$;

В.21 $\iint\limits_{(S)} zdxdy+(5x+y)dydz$, где S -внутренняя сторона эллипсоида $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}+z^2=1$;

В.22 $\iint\limits_{(S)} zdxdy + (5x + y)dydz$, где S - сторона границы области $1 < x^2 + y^2 + z^2 < 4$;

В.23 $\iint\limits_{(S)} x^3dydz + y^3dxdz + z^3dxdy$, где S - внешняя сторона поверхности тетраэдра $x + y + z \leq a, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$;

В.24 $\iint\limits_{(S)} x^3dydz + y^3dzdx + z^3dxdy$, где S - внутренняя сторона сферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$;

В.25 $\iint\limits_{(S)} x^4dydz + y^2dxdz + z^4dxdy$, где S - сфера $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$;

В.26 $\iint\limits_{(S)} x^4dydz + y^2dxdz + z^4dxdy$, где S - внешняя сторона полной поверхности полушара $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, z \geq 0$;

Задание №3

В.1 Найти массу части конуса $x^2 = y^2 + z^2$, лежащей внутри цилиндра $x^2 + y^2 = 2ax$, если плотность $\rho = x$;

В.2 Найти массу параболической оболочки $z = \frac{1}{2}(x^2 + y^2), (0 \leq z \leq 1)$, плотность которой меняется по закону $\rho = z$;

В.3 Найти массу полусферы $x^2 + y^2 + x^2 = a^2, (z \geq 0)$, плотность которой в каждой её точке равна $\frac{z}{a}$;

В.4 Найти статические моменты однородной треугольной пластины $x + y + z = a, (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0)$, относительно координатных плоскостей.

В.5 Вычислить моменты инерции относительно оси $0z$ однородной сферической оболочки $x^2 + y^2 + z^2 = a^2 (z \geq 0)$, плотности ρ_o;

В.6 Найти координаты центра тяжести части однородной поверхности $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ вырезанной поверхностью $x^2 + y^2 = ax$;

В.7 Найти координаты центра тяжести однородной поверхности $z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}, (x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq a)$;

В.8 Найти моменты инерции треугольной пластинки $x + y + z = 1, (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0)$ относительно координатных плоскостей.

В.9 С какой силой притягивает однородная усеченная коническая поверхность $x = r\cos\varphi, y = r\sin\varphi, z = r (0 \leq \varphi \leq 2\pi, 0 < b \leq r \leq a)$ плотности ρ_o материальную точку массы m, помещенную в вершине этой поверхности

В.10 Определить статический момент относительно плоскости $z = 0$ однородной $(\rho = \rho_o = const)$ поверхности $x + y + z = a, (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0)$;

В.11 Определить массу, распределенную по поверхности куба $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a, 0 \leq z \leq a$ с поверхностной плотностью $\rho = \rho_o xyz$;

В.12 Определить статический момент относительно плоскости $z = 0$ однородной $(\rho = \rho_o = const)$ поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = R^2, z \geq 0$;

B.13 Определить аппликату центра масс полусферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2, z \geq 0$ с поверхностной плотностью $\rho = \rho_o$;

B.14 Определить аппликату центра масс полусферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2, z \geq 0$ с поверхностной плотностью $\rho = \rho_o\sqrt{x^2 + y^2}$;

B.15 Определить аппликату центра масс полусферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2, z \geq 0$ с поверхностной плотностью $\rho = \rho_o(x^2 + y^2)$;

B.16 Определить аппликату центра масс однородной поверхности $x = u\cos v, y = u\sin v, z = av, 0 \leq u \leq a, 0 \leq v \leq \pi$;

B.17 Определить координаты центра масс части однородного конуса $x^2 + y^2 = \frac{R^2}{H^2}z^2, 0 \leq z < H$;

B.18 Найти координаты центра масс части однородной поверхности $x^2 + y^2 = 2cz, 0 \leq z < c$;

B.19 Найти координаты центра масс верхней полусферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2, z \geq 0$, если поверхностная плотность в каждой её точке равна расстоянию от этой точки до оси Oz;

B.20 Найти координаты центра масс однородной сферы $x^2+y^2+z^2 = R^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$;

B.21 Найти координаты центра масс однородной полусферы $x^2+y^2+z^2 = R^2, z \geq 0$;

B.22 Найти момент инерции однородной поверхности
$x = (b + a\cos\psi)\cos\varphi$,
$y = (b + a\cos\psi)\sin\varphi$,
$z = a\sin\psi; (b > a)$, плотности ρ_o относительно оси Ox;

B.23 Найти момент инерции части однородной верхней полусферы $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, z \geq 0$ плотности ρ, лежащей внутри цилиндра $x^2 + y^2 = ax$, относительно плоскости $x = 0$;

B.24 Найти момент инерции части однородного цилиндра $x^2 + y^2 = ax$ плотности ρ, лежащей внутри сферы $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ относительно плоскости $z = 0$;

B.25 Найти момент инерции однородной поверхности $x^2 + y^2 = 2ax, x^2 \geq x^2 + z^2$ плотности ρ относительно оси Oz;

B.26 Найти массу части конуса $x^2 + y^2 = z^2, 0 \leq z \leq 4$, если плотность в каждой точке равна квадрату расстояния до вершины.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания индивидуальной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов;	"Отлично"
- все задания индивидуальной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решено не менее 65% всех заданий индивидуальной работы; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий;	"Удовлетворительно"
- решено менее 65% заданий работы; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	Неудовлетворительно.

Оценочное средство

Коллоквиум №1

1. Несобственный интеграл с параметром
2. Критерий Коши
3. Признак Вейерштрасса
4. Признак Дирихле
5. Признак Абеля
6. Свойства несобственных интегралов
7. Теорема о непрерывности несобственного интеграла с параметром
8. Теорема о предельном переходе в несобственном интеграле с параметром
9. Интегрирование интеграла с параметром
10. Дифференцирование интеграла с параметром
11. Интеграл Фруллани
12. Интеграл по бесконечному промежутку
13. Интеграл Эйлера
14. B-функция и ее свойства (симметричность, формула понижения)
15. Г-функция и ее свойства (формула производной, формула дополнения, формула Эйлера-Гаусса, формула понижения)
16. Связь между B и Г.
17. Интегральная формула Фурье.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
Студент может ответить на не менее, чем 80% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, не используя лекционную тетрадь.	"Отлично"
Студент может ответить на не менее, чем 70% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, используя лекционную тетрадь.	"Хорошо"
Студент может ответить на не менее, чем 60% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем.	"Удовлетворительно"
Студент может ответить на менее, чем 60% вопросов коллоквиума.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Коллоквиум №2

1. Мера Жордана, измеримые по Жордану множества
2. Критерий измеримости
3. Свойства измеримых множеств
4. Понятие кратного интеграла
5. Суммы Дарбу. Критерий существования интеграла
6. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла
7. Критерий существования двойного интеграла
8. Свойства двойного интеграла
9. Сведение двойного интеграла к повторному
10. Замена переменной в двойном интеграле
11. Приложения двойного интеграла

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
Студент может ответить на не менее, чем 80% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, не используя лекционную тетрадь.	"Отлично"
Студент может ответить на не менее, чем 70% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, используя лекционную тетрадь.	"Хорошо"
Студент может ответить на не менее, чем 60% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем.	"Удовлетворительно"
Студент может ответить на менее, чем 60% вопросов коллоквиума.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Коллоквиум №3

1. Тройной интеграл.
2. Критерий кубируемости.
3. Замена переменной в тройном интеграле.
4. Применение тройного интеграла.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
Студент может ответить на не менее, чем 80% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, не используя лекционную тетрадь.	"Отлично"
Студент может ответить на не менее, чем 70% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, используя лекционную тетрадь.	"Хорошо"
Студент может ответить на не менее, чем 60% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем.	"Удовлетворительно"
Студент может ответить на менее, чем 60% вопросов коллоквиума.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Коллоквиум №4

1. Криволинейный интеграл 1-го рода. (Формула для параметрически заданной кривой, и в явном виде)
2. Приложения криволинейных интегралов 1-го рода (масса, длина дуги, моменты)
3. Криволинейный интеграл 2-го рода
4. Связь между интегралами 1-го и 2-го рода.
5. Приложения криволинейных интегралов (работа, площадь)
6. Формула Грина.
7. Условия независимости криволинейного интеграла.
8. Восстановление функции по полному дифференциалу.
9. Работа силового поля.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
Студент может ответить на не менее, чем 80% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, не используя лекционную тетрадь.	"Отлично"
Студент может ответить на не менее, чем 70% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, используя лекционную тетрадь.	"Хорошо"
Студент может ответить на не менее, чем 60% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем.	"Удовлетворительно"
Студент может ответить на менее, чем 60% вопросов коллоквиума.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Коллоквиум №5

1. Поверхностные интегралы 1-го рода.
2. Поверхностные интегралы 2-го рода.
3. Площадь поверхности, заданной явно (док-во, самостоятельно)
4. Механические приложения поверхностных интегралов (сила притяжения массы поверхностью S, площадь поверхности, потенциал простого слоя).
5. Формула Стокса.
6. Формула Остроградского.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
Студент может ответить на не менее, чем 80% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, не используя лекционную тетрадь.	"Отлично"
Студент может ответить на не менее, чем 70% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, используя лекционную тетрадь.	"Хорошо"
Студент может ответить на не менее, чем 60% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем.	"Удовлетворительно"
Студент может ответить на менее, чем 60% вопросов коллоквиума.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство
Коллоквиум №6

1. Кососимметрические формы. Внешнее произведение.
2. Координатная запись. Приведение к координатному виду.
3. Вычисление криволинейных интегралов с помощью дифференциальных форм.
4. Вычисление поверхностных интегралов с помощью дифференциальных форм.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
Студент может ответить на не менее, чем 80% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, не используя лекционную тетрадь.	"Отлично"
Студент может ответить на не менее, чем 70% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, используя лекционную тетрадь.	"Хорошо"
Студент может ответить на не менее, чем 60% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем.	"Удовлетворительно"
Студент может ответить на менее, чем 60% вопросов коллоквиума.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство
Контрольная работа №1

Контрольная работа №1.1

I. Задать площадь области (P) повторным интегралом двумя способами:
1. (P) - треугольник с вершинами в точках $(2;2)$; $(-2;2)$; $(0;0)$.
2. (P) ограничена линией $x^2+y^2=25$.

II. Вычислить интегралы:
1. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_x^1 (x+y)dy.$
2. $\int\limits_0^\pi dx \int\limits_0^{1+\cos x} (x+y)dy.$

Контрольная работа №1.2.

I. Задать площадь области (P) повторным интегралом двумя способами:
1. (P) - треугольник с вершинами в точках $(0;2)$; $(1;1)$; $(0;0)$.
2. (P) ограничена линиями $y=3x^2; y=3$.

II. Вычислить интегралы:
1. $\int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^a r^2 \sin^2\varphi dr.$
2. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{x^2}^x xy^2 dy.$

Контрольная работа №1.3.

I. Задать площадь области (P) повторным интегралом двумя способами:
1. (P) - четырехугольник с вершинами в точках $(0;0)$; $(1;0)$; $(1,1)$; $(2,1)$.
2. (P) ограничена линией $x^2 - 4x + y^2 = 0$.
II. Вычислить интегралы:
1. $\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} dy \int\limits_{0}^{3\cos y} dx.$
2. $\int\limits_{3}^{4} dx \int\limits_{1}^{2} \frac{dy}{(x+y)^2} dy.$

Контрольная работа №1.4.

I. Задать площадь области (P) повторным интегралом двумя способами:
1. (P) ограничена линиями $y = x^2; y = -x^2 + 2$
2. (P) ограничена линиями $x = 0; y = 0; x + y = 3.$
II. Вычислить интегралы:
1. $\int\limits_{1}^{2} dx \int\limits_{\frac{1}{x}}^{x} \frac{x^2}{y^2} dy.$
2. $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} dx \int\limits_{\cos x}^{1} dy.$

Контрольная работа №1.5.

I. Изменить порядок интегрирования в интегралах:
1. $\int\limits_{-1}^{0} dx \int\limits_{x+1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy.$
2. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{x}^{2-x^2} f(x,y)dy.$
II. Вычислить интегралы:
1. $\int\limits_{-3}^{3} dy \int\limits_{y^2-4}^{5} ydx.$
2. $\int\limits_{0}^{2\pi} d\varphi \int\limits_{a\sin\varphi}^{a} rdr.$

Контрольная работа №1.6.

I. Изменить порядок интегрирования в интегралах:

1. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{\sqrt{2x-x^2}}^2 f(x,y)dy.$

2. $\int\limits_1^2 dy \int\limits_{\frac{1}{y}}^{y} f(x,y)dx.$

II. Вычислить интегралы:

1. $\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int\limits_0^{3\sin\varphi} dr.$

2. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{-x}^{2x} xydy.$

Контрольная работа №1.7.

I. Изменить порядок интегрирования в интегралах:

1. $\int\limits_{-2}^1 dy \int\limits_{y^2}^4 f(x,y)dx.$

2. $\int\limits_0^4 dx \int\limits_{\frac{x}{2}}^{\sqrt{x}} f(x,y)dx.$

II. Вычислить интегралы:

1. $\int\limits_{(P)} (x-y)dxdy,$ если область $(P): y=0; y=x; x+y=2.$

2. $\int\limits_{(D)} x^3y^2dxdy,$ если область $(D): x^2+y^2 \leq 9.$

Контрольная работа №1.8.

I. Задать площадь области (P) повторным интегралом двумя способами:

1. (P) ограничена линиями $x=2; y=x; x=2y$

2. (P) ограничена линиями $2y=x^2; y=x.$

II. Вычислить интегралы:

1. $\int\limits_{(D)} y^2 \sin x dxdy,$ если область $(D): x=0; x=\pi; y=1+\cos x; y=0.$

2. $\int\limits_{(D)} x\sin(x+y)dxdy,$ если область $(D): 0 \leq x \leq \pi; 0 \leq y \leq \dfrac{\pi}{2}.$

Контрольная работа №1.9.

I. Изменить порядок интегрирования в интегралах:

1. $\int\limits_{-3}^{0} dx \int\limits_{-x}^{3} f(x,y)dy + \int\limits_{0}^{3} dx \int\limits_{x}^{3} f(x,y)dy.$

2. $\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{0}^{1-x^2} f(x,y)dy.$

II. Вычислить интегралы:

1. $\int\limits_{(D)} xydxdy,$ если область$(D): y = x^2; y^2 = x.$

2. $\int\limits_{(D)} \cos(x+y)dxdy,$ если область$(D): x = 0; y = \pi; y = x.$

Контрольная работа №1.10.

I. Изменить порядок интегрирования в интегралах:

1. $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{y}^{2-y} f(x,y)dx.$

2. $\int\limits_{0}^{2} dx \int\limits_{2x}^{6-x} f(x,y)dy.$

II. Вычислить интегралы:

1. $\int\limits_{1}^{2} dy \int\limits_{0}^{\ln y} e^x dx.$

2. $\int\limits_{2}^{4} dx \int\limits_{x}^{2x} \frac{y}{x} dy.$

Контрольная работа №1.11.

I. Изменить порядок интегрирования в интегралах:

1. $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{y}^{2-y} f(x,y)dx.$

2. $\int\limits_{0}^{4} dx \int\limits_{\frac{x}{2}}^{\sqrt{x}} f(x,y)dy.$

II. Вычислить интегралы:

1. $\int\limits_{(P)} (x-y)dxdy,$ если область$(P): y = 0; y = x; 2 - x = y.$

2. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{1-x^2-y^2}dy.$

Контрольная работа №1.12.

I. Изменить порядок интегрирования в интегралах:

1. $\int\limits_{0}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dy \int\limits_{y}^{\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx + \int\limits_{0}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dy \int\limits_{y}^{\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx.$

II. Задать площадь области (P) повторным интегралом двумя способами, если (P) ограничена линиями $x = -3; y = 0; y = x$ III. Вычислить интегралы:

1. $\int\limits_{(P)} dxdy,$ если область$(P) : 2 - x = y; y^2 = 4x + 4.$

2. $\int\limits_{1}^{2} dy \int\limits_{0}^{\ln y} e^x dx.$

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания контрольной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов.	"Отлично"
- все задания контрольной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решены не менее 60% всех задач в контрольной работе; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий.	"Удовлетворительно"
- количество верно решенных задач – менее 60%; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Контрольная работа №1

Контрольная работа №2.1

I. Вычислить криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_K \dfrac{dS}{x-y}$, где K - отрезок прямой от $A(0,0)$ до $B(4,3)$.

2. $\int\limits_K 2xydx + x^2dy$, где $K: y = \dfrac{x^2}{4}, 0 \leq x \leq 2$.

II. Вычислить тройной интеграл

3. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{1-x} dy \int\limits_0^{1-x-y} xyzdz.$

Контрольная работа №2.2.

I. Вычислить криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_K (x-y)dS$, где K - отрезок прямой от $A(0,0$ до $B(5,7)$.

2. $\int\limits_K xdy$, если K - контур треугольника, образованного осями координат и прямой $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 1$ в положительном направлении обхода по контуру.

3. $\int\limits_{-1}^1 dx \int\limits_{x^2}^1 dy \int\limits_0^y xy\sqrt{z}dz.$

Контрольная работа №2.3.

I. Вычислить криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_K xydS$, где K - контур прямоугольника с вершинами $A(1,1); B(5,1); C(5,3); D(1,3)$.

2. $\int\limits_K xdy$, если K - отрезок прямой, проходящей через точки $A(1,3)$ и $B(4,2)$.

II. Вычислить тройной интеграл

3. $\int\limits_0^2 dx \int\limits_0^{\sqrt{2x}} dy \int\limits_{2-x}^{2(y-x)} ydz.$

Контрольная работа №2.4.

I. Вычислить криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_K (x^2-y)dS$, если K - отрезок прямой от $A(-1,3)$ до $B(4,6)$.

2. $\int\limits_K x^2ydy - y^2xdx$, если K - треугольник $ABCA$ с вершинами $A(0,0); B(4,0); C(2,2)$.

II. Вычислить тройной интеграл

3. $\int\limits_0^3 dx \int\limits_0^{3x} dy \int\limits_0^{\sqrt{xy}} zdz.$

Контрольная работа №2.5.

I. Вычислить криволинейные интегралы:
1. $\int\limits_K (4x+3y)dS$, где K - отрезок прямой от $A(0,0)$ до $B(5,8)$.
2. $\int\limits_K (xy-y^2)dx+xdy$, если $K: y=2\sqrt{x}, 0\le x\le 2$.
II. Вычислить тройной интеграл
3. $\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{-1}^{1} dy \int\limits_{0}^{4-x^2-y^2} dz$.

Контрольная работа №2.6.

I. Вычислить криволинейные интегралы:
1. $\int\limits_K \dfrac{dS}{x-y}$, где K - отрезок прямой от $A(0,-2)$ до $B(4,0)$.
2. $\int\limits_K \cos y dx - \sin y dy$, если $K: y=-x-2\le x\le 2$.
II. Вычислить тройной интеграл
3. $\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{x^2}^{1} dy \int\limits_{0}^{2} (4+z)dz$.

Контрольная работа №2.7.

I. Вычислить криволинейные интегралы:
1. $\int\limits_K (x^2+y^2)xdS$, где K - окружность $x^2+y^2=4$.
2. $\int\limits_K (x^2+2xy)dx+(y^2-2xy)dy$, где K - дуга параболы $y=x^2$ от точки $A(-1,1)$ до точки $B(1,1)$.
II. Вычислить тройной интеграл
3. $\int\limits_{0}^{a} dy \int\limits_{0}^{b} dy \int\limits_{0}^{a-y} ydz$

Контрольная работа №2.8.

I. Вычислить криволинейные интегралы:
1. $\int\limits_K x^2y^2xdS$, где K - контур $ABCA$ треугольника с вершинами $A(0,0); B(3,0); C(0,2)$.
2. $\int\limits_K (xdy+xydx$, где K - отрезок прямой $x+y=2$ от точки $A(2,0)$ до точки $B(0,2)$.
II. Вычислить тройной интеграл
3. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{x}} dy \int\limits_{1-x}^{2-2x} dz$

Контрольная работа №2.9.

I. Вычислить криволинейные интегралы:
1. $\int\limits_K (x^2 + y)dS$, где K - контур $ABCDA$ с вершинами $A(0,0); B(3,0); C(3,7); D(0,7)$.
2. $\int\limits_K x^2dy + y^2dx$, если K - отрезок прямой $2x+3y=6$ от точки $A(0,2)$ до точки $B(3,0)$.
II. Вычислить тройной интеграл
3. $\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{2}^{x-1} dy \int\limits_{1}^{1+x+y} dz$

Контрольная работа №2.10.

I. Вычислить криволинейные интегралы:
1. $\int\limits_K (x^2 + 2y)dS$, где K - контур $ABCA$ с вершинами $A(0,0); B(4,0); C(0,4)$.
2. $\int\limits_K (x-y)dy + (x+y)dx$, если K - отрезок прямой $x-y=3$ от точки $A(0,-3)$ до точки $B(3,0)$.
II. Вычислить тройной интеграл
3. $\int\limits_{-2}^{1} dx \int\limits_{x}^{x^2} dy \int\limits_{0}^{x^2+y^2} zdz$

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания контрольной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов.	"Отлично"
- все задания контрольной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решены не менее 60% всех задач в контрольной работе; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий.	"Удовлетворительно"
- количество верно решенных задач – менее 60%; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Курсовая работа

по дисциплине Математический анализ

Структура курсовой работы: 1) титульный лист; 2) план работы с указанием страниц каждого вопроса, подвопроса (пункта); 3) введение; 4) текстовое изложение теоретического материала с необходимыми ссылками на источники; 5) задачи с подробными решениями (решенные самостоятельно студентом); 6) заключение; 7) список использованной литературы; 8) приложения, которые состоят из таблиц, диаграмм, графиков, рисунков, схем. Приложения располагаются последовательно, согласно заголовкам, отражающим их содержание. Курсовая работа оценивается научным руководителем, исходя из установленных кафедрой показателей и критериев оценки курсовых работ.

Примерная тематика курсовых работ

1. Интеграл Фурье и преобразование Фурье.
2. Аффинные и проективные многообразия.
3. Задачи на графах.
4. Алгоритм Дейкстры.
5. Решение краевых задач для дифференциальных уравнений баллистическим методом.
6. Целочисленные функции.
7. Ряды по ортогональным системам в $L_2[a,b]$.
8. Некоторые топологические задачи.
9. Численное решение задач безусловной минимизации методом градиентного спуска.
10. Собственная информация в вероятностных процессах.
11. Решение тригонометрических уравнений и неравенств с использованием единичной окружности.
12. Решение задач о задании областей неравенствами с использованием языков программирования.
13. Псевдовыпуклые множества.
14. Птолемеева характеристика. Неравенство Птолемея. Теорема Птолемея.
15. Выпуклость по Хейману.
16. Кривизна гладкой дуги.
17. Принцип компактности.
18. Мебиусовы отображения и их свойства.
19. Гиперболическая метрика, гиперболическая длина и площадь.
20. Ангармоническое отношение и абсолютное двойное отношение.
21. Условие Лехтинена.
22. Конденсаторы. Емкость конденсаторов.
23. Угловая метрика.
24. Двойственность дифференциалов Прима на компактной римановой поверхности.
25. Нормированные пространства мультипликативных автоморфных форм.
26. Аналог вариационной формулы Рауха для Прим дифференциалов.
27. Нижняя оценка индекса Клиффорда ранга три.

28. Вариационные принципы в теории квазиконформных карт.
29. Теорема Клиффорда для вещественных алгебраических кривых.
30. Группа монодромии и ряды Пуанкаре.
31. Непрерывность голоморфных дифференциалов при квазиконформных деформациях.
32. Вариационные методы для модулей римановой поверхности.
33. Вариация голоморфных дифференциалов и их периодов.
34. Вариационные формулы для абелевых дифференциалов.
35. Дробно-линейные отображения комплексной плоскости.
36. Построение римановой поверхности, заданной различными алгебраическими структурами.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
Курсовая работа оформлена правильно, библиографический список курсовой работы оформлен согласно правилам. Студент может излагать смысл курсовой работы используя презентацию или без использования презентации, не используя текст курсовой работы. Студент может ответить на дополнительные вопросы по курсовой работе без использования текста работы. Научный руководитель рекомендует оценку "Отлично".	"Отлично"
Курсовая работа оформлена правильно, библиографический список курсовой работы оформлен согласно правилам. Студент может излагать смысл курсовой работы используя презентацию или без использования презентации, не используя текст курсовой работы. Студент может ответить на дополнительные вопросы по курсовой работе с использованием текста работы. Научный руководитель рекомендует оценку "Хорошо".	"Хорошо"
Курсовая работа оформлена правильно, библиографический список курсовой работы оформлен согласно правилам. Студент может излагать смысл курсовой работы используя презентацию или без использования презентации, с использованием текста курсовой работы. Студент может ответить на дополнительные вопросы по курсовой работе с использованием текста работы. Научный руководитель рекомендует оценку "Удовлетворительно".	"Удовлетворительно"
Курсовая работа оформлена неправильно, библиографический список курсовой работы отсутствует или оформлен неправильно. Студент не может излагать смысл курсовой работы используя презентацию или без использования презентации, не используя текст курсовой работы. Студент не может ответить на дополнительные вопросы по курсовой работе, даже используя текст работы. Отзыв научного руководителя отсутствует или научный руководитель не рекомендует даже оценку "Удовлетворительно".	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Вопросы к экзамену

1. Понятие объема в n-мерном пространстве (мера Жордана). Измеримые множества.
2. Множества меры нуль.
3. Определение кратного интеграла.
4. Существование интеграла.
5. Об интегрируемости разрывных функций.
6. Свойства кратного интеграла.
7. Сведение кратного интеграла к повторному.
8. Сведение двойного интеграла к повторному.
9. Обобщение на n-мерный случай.
10. Обобщенное интегральное неравенство Минковского.
11. Объем n-мерного шара.
12. Кратные интегралы.
13. Независимость меры от выбора системы координат.
14. Формулы Ньютона—Лейбница и Тейлора.
15. Замена переменных в кратных интегралах.
16. Линейные отображения измеримых множеств.
17. Метрические свойства дифференцируемых отображений.
18. Формула замены переменных в кратном интеграле.
19. Геометрический смысл абсолютной величины якобиана отображения.
20. Криволинейные координаты.
21. Криволинейные интегралы первого рода.
22. Криволинейные интегралы второго рода.
24. Криволинейные интегралы по кусочно-гладким кривым.
26. Существование интеграла Стилтьеса.
27. Обобщение понятия криволинейного интеграла второго рода.
28. Формула Грина.
29. Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов.
30. Геометрический смысл знака якобиана отображения плоской области.
31. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
32. Скалярные и векторные поля.
33. Об инвариантности понятий градиента, дивергенции и вихря.
34. Формула Гаусса—Остроградского. Геометрическое определение дивергенции.
35. Формула Стокса. Геометрическое определение вихря.
36. Определение и свойства поверхностных интегралов.
37. Формула для представления поверхностного интеграла второго рода в виде двойного интеграла.
38. Поверхностные интегралы как пределы интегральных сумм.
39. Поверхностные интегралы по кусочно-гладким поверхностям.
40. Обобщение понятия поверхностного интеграла второго рода.

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
08.12.2016г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой ____________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Институт: физико-математический инженерно-технологический

Экзаменационный билет № 1

1. Сведение двойного интеграла к повторному.
2. Формула для представления поверхностного интеграла второго рода в виде двойного интеграла.

Подпись экзаменатора ____________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
08.12.2016г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой ____________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Институт: физико-математический инженерно-технологический

Экзаменационный билет № 2

1. Существование интеграла.
2. Обобщение понятия поверхностного интеграла второго рода.

Подпись экзаменатора ____________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
08.12.2016г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой_______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Институт: физико-математический инженерно-технологический

Экзаменационный билет № 3

1. Формулы Ньютона—Лейбница и Тейлора.
2. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.

Подпись экзаменатора _______________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
08.12.2016г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой_______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Институт: физико-математический инженерно-технологический

Экзаменационный билет № 4

1. Кратные интегралы.
2. Существование интеграла Стилтьеса.

Подпись экзаменатора _______________

УТВЕРЖДЕНО на заседании кафедры 08.12.2016г. Протокол №_. Зав. кафедрой________________	Горно-Алтайский государственный университет

Дисциплина: Математический анализ

Кафедра: математики и МПМ

Институт: физико-математический инженерно-технологический

Экзаменационный билет № 5

1. Определение кратного интеграла.
2. Геометрический смысл знака якобиана отображения плоской области.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО на заседании кафедры 08.12.2016г. Протокол №_. Зав. кафедрой________________	Горно-Алтайский государственный университет

Дисциплина: Математический анализ

Кафедра: математики и МПМ

Институт: физико-математический инженерно-технологический

Экзаменационный билет № 6

1. Понятие объема в n-мерном пространстве (мера Жордана). Измеримые множества.
2. Поверхностные интегралы как пределы интегральных сумм.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
08.12.2016г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Институт: физико-математический инженерно-технологический

Экзаменационный билет № 7

1. Замена переменных в кратных интегралах.
2. Криволинейные интегралы по кусочно-гладким кривым.

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
08.12.2016г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Институт: физико-математический инженерно-технологический

Экзаменационный билет № 8

1. Формула замены переменных в кратном интеграле.
2. Формула Гаусса—Остроградского. Геометрическое определение дивергенции.

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
08.12.2016г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Институт: физико-математический инженерно-технологический

Экзаменационный билет № 9

1. Мера Жордана, измеримые по Жордану множества.
2. Интегрирование полных дифференциалов.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
08.12.2016г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Институт: физико-математический инженерно-технологический

Экзаменационный билет № 10

1. Критерий измеримости.
2. Вычисление тройных интегралов.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
08.12.2016г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Институт: физико-математический инженерно-технологический

Экзаменационный билет № 11

1. Свойства измеримых множеств.
2. Двойной интеграл в полярных координатах.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
08.12.2016г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Институт: физико-математический инженерно-технологический

Экзаменационный билет № 12

1. Множества меры нуль.
2. Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
08.12.2016г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Институт: физико-математический инженерно-технологический

Экзаменационный билет № 13

1. Обобщенное интегральное неравенство Минковского.
2. Формула Грина.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
08.12.2016г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Институт: физико-математический инженерно-технологический

Экзаменационный билет № 14

1. Об интегрируемости разрывных функций.
2. Об инвариантности понятий градиента, дивергенции и вихря.

Подпись экзаменатора ______________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
08.12.2016г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Институт: физико-математический инженерно-технологический

Экзаменационный билет № 15

1. Обобщение на n-мерный случай.
2. Обобщение понятия криволинейного интеграла второго рода.

Подпись экзаменатора ______________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
08.12.2016г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Институт: физико-математический инженерно-технологический

Экзаменационный билет № 16

1. Сведение кратного интеграла к повторному.
2. Определение и свойства поверхностных интегралов.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
08.12.2016г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Институт: физико-математический инженерно-технологический

Экзаменационный билет № 17

1. Объем n-мерного шара.
2. Скалярные и векторные поля.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
08.12.2016г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Институт: физико-математический инженерно-технологический

Экзаменационный билет № 18

1. Независимость меры от выбора системы координат.
2. Геометрический смысл абсолютной величины якобиана отображения.

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
08.12.2016г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Институт: физико-математический инженерно-технологический

Экзаменационный билет № 19

1. Метрические свойства дифференцируемых отображений.
2. Формула Стокса. Геометрическое определение вихря.

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО на заседании кафедры 08.12.2016г. Протокол №_. Зав. кафедрой_______________	Горно-Алтайский государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики и МПМ
Институт: физико-математический инженерно-технологический

Экзаменационный билет № 20

1. Об интегрируемости разрывных функций.
2. Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов.

Подпись экзаменатора _______________

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- студент знает формулировки определений и может привести несколько примеров к каждому определению; - студент знает формулировки всех утверждений и теорем; - студент знает план доказательства всех утверждений и теорем, умеет при необходимости провести подробное доказательство каждого пункта; - студент может ответить на дополнительные вопросы по курсу без предварительной подготовки. - студент может излагать ответы на вопросы экзамена у доски.	"Отлично"
- студент знает формулировки определений и может привести несколько примеров к каждому определению; - студент знает формулировки всех утверждений и теорем; - студент знает план доказательства всех утверждений и теорем, но испытывает затруднения при подробном изложении некоторых пунктов доказательства; - студент может ответить на дополнительные вопросы по курсу без предварительной подготовки.	"Хорошо"
- студент знает формулировки определений и может привести пример к каждому определению; - студент знает формулировки всех утверждений и теорем; - студент может ответить на дополнительные вопросы по курсу без предварительной подготовки.	"Удовлетворительно"
- студент не знает формулировки определений или не умеет приводить примеры для них; - студент не знает формулировки основных утверждений и теорем; - студент не может изложить ответ на заданные вопросы.	"Неудовлетворительно"

Составители:к.ф.-м.н., доцент Туртуева Т.А., ст. преподаватель Ваулин Д.А., к.ф.-м.н., доцент Тулина М.И.